



Rheinland-Pfalz

MINISTERIUM
FÜR BILDUNG, WISSENSCHAFT,
WEITERBILDUNG UND KULTUR

RAHMENPLAN GRUNDSCHULE

Teilrahmenplan
Mathematik

W
e
i
t
e
r
e
n
t
w
i
c
k
l
u
n
g

d
e
r

G
r
u
n
d
s
c
h
u
l
e

WeG

Weiterentwicklung der Grundschule

RAHMENPLAN GRUNDSCHULE

Teilrahmenplan Mathematik



Dezember 2014

RAHMENPLAN GRUNDSCHULE

VORWORT

„WER DIE GEOMETRIE BEGREIFT,
VERMAG IN DIESER WELT ALLES ZU VERSTEHEN.“

(Galileo Galilei)

Sehr geehrte Damen und Herren, liebe Eltern,

als im Jahr 2002 der neue Rahmenplan Grundschule mit dem Teilrahmenplan Mathematik veröffentlicht wurde, leitete er für den Unterricht in der Grundschule eine grundlegende Veränderung ein. Der Teilrahmenplan formulierte verbindliche Anforderungen an den Mathematikunterricht der Grundschule und legte fest, welche Kompetenzen die Schülerinnen und Schüler am Ende der 4. Klasse im Fach Mathematik erworben haben sollten.

Die vorliegende Neubearbeitung des Teilrahmenplans Mathematik beinhaltet nunmehr die Anpassung an die Bildungsstandards der KMK für Mathematik, die Einarbeitung aktueller fachdidaktischer Erkenntnisse und Prinzipien sowie Rückmeldungen der Schulen und Lehrkräfte aus ihrer Erfahrung mit dem bisherigen Teilrahmenplan Mathematik.

Ziel des Mathematikunterrichts ist es, bei Kindern ein Grundverständnis für mathematische Zusammenhänge aufzubauen. Es gilt Neugier, Motivation und Lernfreude zu erhalten, Weiterlernen anzuregen sowie Wissens- und Kompetenzerweiterung zu ermöglichen. Und wenn, wie mir immer wieder berichtet wird, Kinder Mathematik als spannend bezeichnen und begeistert fragen: „Können wir morgen wieder Mathematik machen?“, dann haben wir den richtigen Weg eingeschlagen, einen Weg, der das Lehren und das Lernen stetig optimiert.

Diesbezüglich liefert der Teilrahmenplan Mathematik wichtige verbindliche Vorgaben. Durch seine ausführliche Darstellung ist er aber auch ein Unterstützungsinstrument für Lehrkräfte, um den Mathematikunterricht der Grundschule erfolgreich weiterzuentwickeln.

Mein herzlicher Dank gilt allen, die an der Überarbeitung des Teilrahmenplans mitgewirkt haben.



Vera Reiß
Ministerin für Bildung, Wissenschaft,
Weiterbildung und Kultur
Mainz, im Dezember 2014

Information

Der Teilrahmenplan Mathematik tritt zum 01.08.2015 in Kraft.

Der bisherige Teilrahmenplan Mathematik verliert zum gleichen Zeitpunkt seine Gültigkeit.

Impressum:

Herausgegeben vom
Ministerium für Bildung, Wissenschaft, Weiterbildung und Kultur
Mittlere Bleiche 61
55116 Mainz

Weitere Informationen zum Rahmenplan Grundschule:
www.grundschule.bildung-rp.de

Redaktion:
Waltraud Bank (verantwortlich)
Erscheinungstermin: Dezember 2014

Autorinnen und Autoren, Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter:
letzte Seite

Herstellung:
TypoWolf Mainz
Schulstraße 24
55124 Mainz
www.typowolf.com

INHALT

Vorwort	3
Inhaltsverzeichnis	5
Vorbemerkungen	6
1. Leistungsprofil	8
2. Wissens-, Könnens- und Kompetenzentwicklung	9
2.1 Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	9
2.2 Allgemeine mathematische Kompetenzen	10
3. Didaktisch-methodische Leitvorstellungen	13
4. Orientierungsrahmen	18
4.1 Raum und Form	19
4.2 Zahlen und Operationen	24
4.3 Größen und Messen	29
4.4 Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	31
5. Feststellen des Lernerfolges	34
6. Qualitätsindikatoren	36
7. Anhang	38
7.1 Aufgabenbeispiele zur Illustration der prozessbezogenen Kompetenzen	38
7.2 Schriftliche Subtraktion	45

VORBEMERKUNGEN

Kinder begegnen von Anfang an überall in ihrer Umwelt geometrischen Formen und Zahlen. Viele Kinder können bereits vor Schuleintritt Anzahlen bestimmen und wissen, dass Zahlen für Mengen und Rangfolgen verwendet werden können. Sie interessieren sich für mathematische Phänomene, stehen mathematischen Problemen unbefangenen und vorurteilsfrei gegenüber und wollen ihre erworbenen Kenntnisse und Erfahrungen weiterentwickeln.

„Der Mathematikunterricht der Grundschule greift die frühen Alltagserfahrungen auf, vertieft und erweitert sie und entwickelt daraus grundlegende mathematische Kompetenzen.“ (Bildungsstandards der KMK im Fach Mathematik für den Primarbereich, Beschluss vom 15.10.2004)

Dabei orientiert er sich an den individuellen Voraussetzungen der Schülerinnen und Schüler, knüpft daran an und unterstützt sie in ihren individuellen Lernwegen, beim Lernen in der Gruppe und beim Kommunizieren über mathematische Sachverhalte.

Er schafft damit das Fundament für die lebenslange Auseinandersetzung mit mathematischen Phänomenen und Strukturen. Gleichzeitig dient er der Anbahnung einer informatischen Grundbildung.

Mathematikunterricht trägt dazu bei, die positive Einstellung zur Mathematik und das natürliche Interesse an der Mathematik in der Grundschule und über die Grundschule hinaus zu erhalten und weiter zu entwickeln. Sowohl Selbstvertrauen als auch Selbstbewusstsein der Kinder werden damit zunehmend gestärkt.

Im Fach Mathematik erwerben die Kinder wichtige Schlüsselkompetenzen, die die Voraussetzung für eine erfolgreiche Beteiligung am Unterricht in den MINT-Fächern (Mathematik-Informatik-Naturwissenschaft-Technik) darstellen.

Nach den Bildungsstandards der KMK ist die Entfaltung grundlegender Bildung Basis für weiterführendes Lernen und für die Fähigkeit zur selbstständigen Kulturaneignung. Die Förderung mathematischer Kompetenzen ist dabei ein wesentlicher Bestandteil des Bildungsauftrages.

Der Teilrahmenplan Mathematik wurde im Jahr 2002 in Kraft gesetzt. 2004 beschloss die KMK die Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Dies machte die vorliegende Anpassung des Teilrahmenplans Mathematik an die in den Bildungsstandards definierten inhaltsbezogenen und allgemeinen (prozessbezogenen) Kompetenzen notwendig.

Darüber hinaus wurde in die Überarbeitung des Teilrahmenplans der Bereich „*Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit*“ integriert.

Bei der Überarbeitung des Teilrahmenplans Mathematik handelt es sich insgesamt nicht um eine grundlegende inhaltliche Neugestaltung, sondern um eine Anpassung an die KMK-Bildungsstandards. Hierbei sind die während der letzten Jahre zahlreich im Unterricht gewonnenen Erfahrungen sowie die empirisch gewonnenen aktuellen fachdidaktischen Erkenntnisse bzw. aktuellen fachdidaktischen Prinzipien eingeflos-

sen. Dies wird insbesondere an dem deutlich strukturierteren und ausführlicheren Orientierungsrahmen erkennbar. Er zeigt detailliert entfaltet die Kompetenzen auf, die von Schülerinnen und Schülern am Ende des vierten Schuljahres erwartet werden. Die zusätzliche Aufschlüsselung der Kompetenzerwartungen zum Ende des zweiten Schuljahres soll den Lehrkräften als Orientierung dienen. Der Übergang ist als fließend anzusehen, was durch die fehlende Trennlinie unterstrichen wird.

Die Anpassung enthält einen Anhang, der Möglichkeiten der Umsetzung der Bildungsstandards konkretisiert.

Der Teilrahmenplan Mathematik ist bewusst als Unterstützungsinstrument für die Lehrkräfte des Landes verfasst und kann u. a. als Grundlage für die schuleigenen Arbeitspläne sowie für die Auswahl und Einschätzung von Lehrwerken in Mathematik genutzt werden.

1. LEISTUNGSPROFIL

Das Leistungsprofil beschreibt auf Grundlage der Bildungsstandards, welche mathematischen Fähigkeiten und Fertigkeiten von Kindern am Ende ihrer Grundschulzeit erwartet werden. Grundsätzlich sind die Kompetenzerwartungen nach oben hin offen.

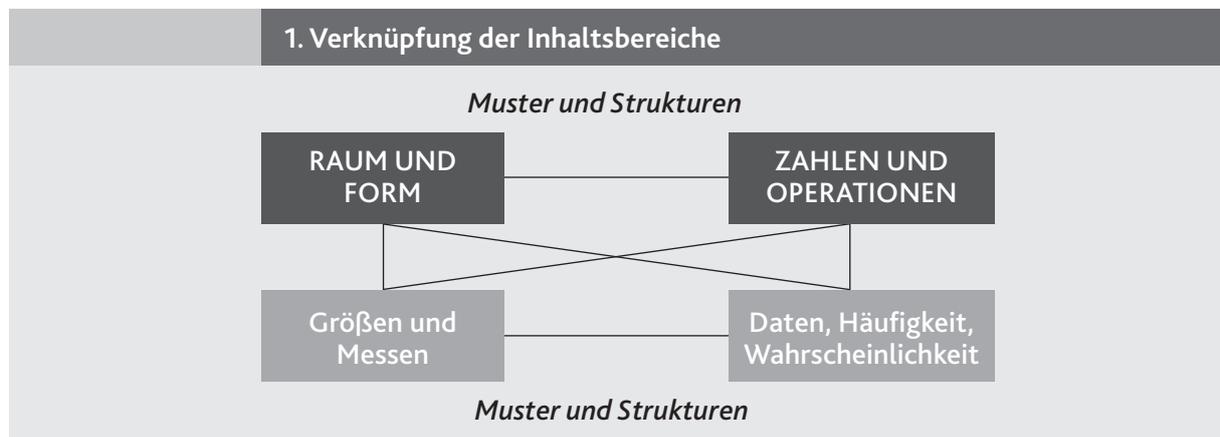
- Die Kinder haben Kenntnis und Verständnis mathematischer Begriffe und Arbeitsweisen in den Inhaltsbereichen *Raum und Form, Zahlen und Operationen, Größen und Messen sowie Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit* (in den KMK-Bildungsstandards bezeichnet als *mathematische Leitideen*).
- Sie nehmen Situationen ihrer Lebenswelt unter mathematischen Aspekten wahr und übertragen Sachprobleme in die Sprache der Mathematik (modellieren).
- Sie verfügen über Kompetenzen im Finden, Erklären, Darstellen und Begründen von Strategien zur Lösung von mathematischen Problemen.
- Sie haben räumliches Vorstellungsvermögen entwickelt, erkennen geometrische Muster und Beziehungen und operieren mit geometrischen Figuren.
- Sie haben Zahlenvorstellungen entwickelt, orientieren sich sicher im Zahlenraum und rechnen auf der Basis von Grundvorstellungen der vier Grundrechenarten unter Einsatz vorteilhafter operativer Strategien.
- Sie bilden geometrische und arithmetische Muster und Strukturen, erkennen und beschreiben deren Gesetzmäßigkeiten.
- Sie sind sicher im Umgang mit Größen (Messen, Schätzen, Rechnen mit und Umrechnen von Größen, Bauen und Zeichnen).
- Sie haben erste Erfahrungen mit kombinatorischen Strategien sowie im Erfassen und Darstellen von Daten gemacht und beschreiben zufallsbedingte und nicht zufallsbedingte Situationen.

2. WISSENS-, KÖNNENS- UND KOMPETENZENTWICKLUNG

Die Bildungsstandards beschreiben ein modernes, zeitgemäßes Mathematikbild, das deutlich über Fertigkeiten und Arithmetik allein hinausgeht. Sie stellen die Inhaltsbereiche ausgewogen dar und charakterisieren darüber hinaus in den allgemeinen Kompetenzen ein strategiebewusstes Vorgehen.

Mathematisches Wissen und Kompetenzen im Sinne der Bildungsstandards sind nur langfristig zu entwickeln und nicht kurzfristig zu unterrichten. Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen werden prozessbegleitend an den verschiedenen Inhalten erworben und weiterentwickelt und auch als „prozessbezogene Kompetenzen“ bezeichnet.

Diese Inhaltsbereiche sind in den KMK-Bildungsstandards als gleich bedeutsam ausgewiesen.



Inhaltlicher Ausgangspunkt sind die Bereiche *Raum und Form* sowie *Zahlen und Operationen*. Der in den Bildungsstandards ausgewiesene Inhaltsbereich *Muster und Strukturen* ist übergreifend und findet sich in allen hier genannten Inhaltsbereichen wieder. Er ist integraler Bestandteil jeden mathematischen Handelns und vernetzt unterschiedliche Bereiche. Seine Inhalte sind im Orientierungsrahmen konkretisiert.

2.1 Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen

Raum und Form

- sich in der Ebene und im Raum orientieren
- elementare geometrische Figuren kennen und herstellen
- elementare geometrische Abbildungen verwenden
- Verfahren zum Messen von Flächeninhalten und Rauminhalten anwenden

Zahlen und Operationen

- Zahlvorstellungen besitzen
- Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen
- Rechenoperationen verstehen und beherrschen
- in Kontexten rechnen
- Nähern und Schätzen: überschlägig rechnen
- operatives Üben unter Erkennen und Nutzen von Mustern und Strukturen
- kombinatorische Zählstrategien entwickeln und nutzen (Zählen von Mustern)

Größen und Messen

- Größenvorstellungen besitzen
- mit Größen rechnen
- mit Größen in Sachsituationen umgehen
- Abhängigkeit, Veränderung und Wachstum: Zusammenhänge zwischen Daten und Messergebnissen

Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit

- Daten erfassen und darstellen
- Wahrscheinlichkeit von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen
- Kombinatorische Zählstrategien nutzen (im Zusammenhang mit Zufallsexperimenten)

Die einzelnen Inhaltsbereiche werden im Orientierungsrahmen konkretisiert.

2.2 Allgemeine mathematische Kompetenzen (prozessbezogene mathematische Kompetenzen)

Den Bildungsstandards zur *Mathematik für den Primarbereich* (KMK 2004) entsprechend, werden im vorliegenden Teilrahmenplan *inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen* und *allgemeine mathematische Kompetenzen* unterschieden.

Die ersten beschreiben Kompetenzerwartungen, die unmittelbar und differenziert auf bestimmte mathematische Inhalte bezogen sind. Diese *inhaltsbezogenen Kompetenzerwartungen* sind im vorliegenden Teilrahmenplan im Abschnitt 2.1 differenziert entfaltet. Dabei sind über die Bildungsstandards hinaus sowohl Kompetenzerwartungen zum Ende des zweiten Schuljahres als auch Kompetenzerwartungen zum Ende des vierten Schuljahres ausgewiesen. Ferner sind die inhaltsbezogenen Kompetenzerwartungen so ausdifferenziert, dass sie in dieser Form als Unterstützung zur Unterrichtsplanung dienen können.

Das aktuelle Mathematikbild der Bildungsstandards ist allerdings nicht allein durch die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen charakterisiert. Über die Gegenstände hinaus erfährt die Art und Weise, wie man im Rahmen mathematischer Aktivitäten mit den Gegenständen verfährt und mit ihnen umgeht, eine eigene Kennzeichnung. Diese über die spezifischen Arten des Umgehens mit bestimmten Gegenständen hinausgehenden übergeordneten Kompetenzen werden in den Bildungsstandards als *allgemeine mathematische Kompetenzen* bezeichnet. Da sie in erster Linie die Aktivitäten und Vorgehensweisen im Umgehen mit mathematischen Gegenständen charakterisieren, werden sie auch als *prozessbezogene mathematische Kompetenzen* benannt.

Diese prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen sind in den Bildungsstandards als *Darstellen*, *Kommunizieren*, *Argumentieren*, *Modellieren* und *Problemlösen* ausgewiesen. Sie sind in dieser Form in den vorliegenden Teilrahmenplan übernommen worden; allerdings wurde die Reihenfolge geändert und einige Kompetenzerwartungen wurden ergänzt.

Grundlegende Fertigkeiten nehmen eine gewisse Sonderstellung unter den Kompetenzen ein. Kompetenzerwartungen in diesem Bereich sind etwa basales Vermögen zum Austausch im Gespräch, Erfassen der äußeren Organisation einer Arbeitssituation, Handhaben von Schreib- und Zeichengerät, etc. (Unter dem Inklusionsgesichtspunkt wird dieser Bereich auch im Mathematikunterricht nach jeweils situativ erforderlichen Grundfertigkeiten und darauf bezogenen Förderungen differenziert ausgewiesen.)

Darstellen bezeichnet das zumeist nicht flüchtige Ausformen und Festhalten mathematischer Objekte in Gegenständen, Bildern oder Zeichen, um diese sich oder anderen zu vergegenwärtigen und angemessen bearbeiten zu können. Darstellen umfasst im Einzelnen folgende Kompetenzerwartungen:

- D1** für das Bearbeiten mathematischer Probleme geeignete Darstellungen entwickeln, auswählen und nutzen
- D2** eine Darstellung in eine andere übertragen
- D3** Darstellungen miteinander vergleichen und bewerten

Kommunizieren bezeichnet hier das selbstständige deutungssichere Mitteilen von Beschreibungen, Tatbeständen, Vorgehensweisen und Argumenten (s.u.) an andere, zumeist auf der Basis von gemeinsam vereinbarten Bezeichnungen und Bedeutungen. Kommunizieren umfasst im Einzelnen folgende Kompetenzerwartungen:

- K1** eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer verstehen und gemeinsam darüber reflektieren
- K2** mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden
- K3** Aufgaben gemeinsam bearbeiten, dabei Verabredungen treffen und einhalten
- K4** Überlegungen und Lösungswege so dokumentieren, dass sie anderen mitzuteilen sind

Argumentieren bezeichnet die Fähigkeit im Rahmen vereinbarter Regelwerke und gemeinsam akzeptierter Tatbestände schlussfolgernd zu denken, Korrektes von Unkorrektem zu unterscheiden und weiterführende Gedanken zu entwickeln. Argumentieren umfasst im Einzelnen folgende Kompetenzerwartungen:

- A1** mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen
- A2** mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln
- A3** Begründungen suchen und nachvollziehen

Die prozessbezogenen *Kompetenzen Darstellen*, *Kommunizieren* und *Argumentieren* verweisen darauf, dass Mathematik nicht allein als eine individuelle Befassung zu sehen ist, sondern auch in der Gemeinschaft von Lernenden als Ergebnis gemeinsamer geistiger Konstruktion. Abgesehen davon, dass Darstellen und Argumentieren auch in der individuellen Befassung mit Mathematik erscheinen, also in der „Korrespondenz des Individuums mit sich selbst“, kennzeichnen Darstellen, Kommunizieren und Argumentieren wesentlich den *interaktiven Charakter mathematischen Tuns*. Sie verweisen darauf, dass soziales Lernen nicht nur aus allgemeinen erziehungswissenschaftlichen Gründen angemessen und sinnvoll erscheint, sondern auch aus *Gründen, die genuin im jeweiligen Fach, hier im Fach Mathematik, basiert sind*.

Modellieren bezeichnet die Fähigkeit, Mathematik und andere, in der Regel lebensweltliche Gegenstände, zueinander in Beziehung zu setzen und daraus Schlüsse zu ziehen. Modellieren umfasst im Einzelnen folgende Kompetenzerwartungen:

M1 Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen

M2 Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übertragen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen

M3 zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen Sachaufgaben formulieren

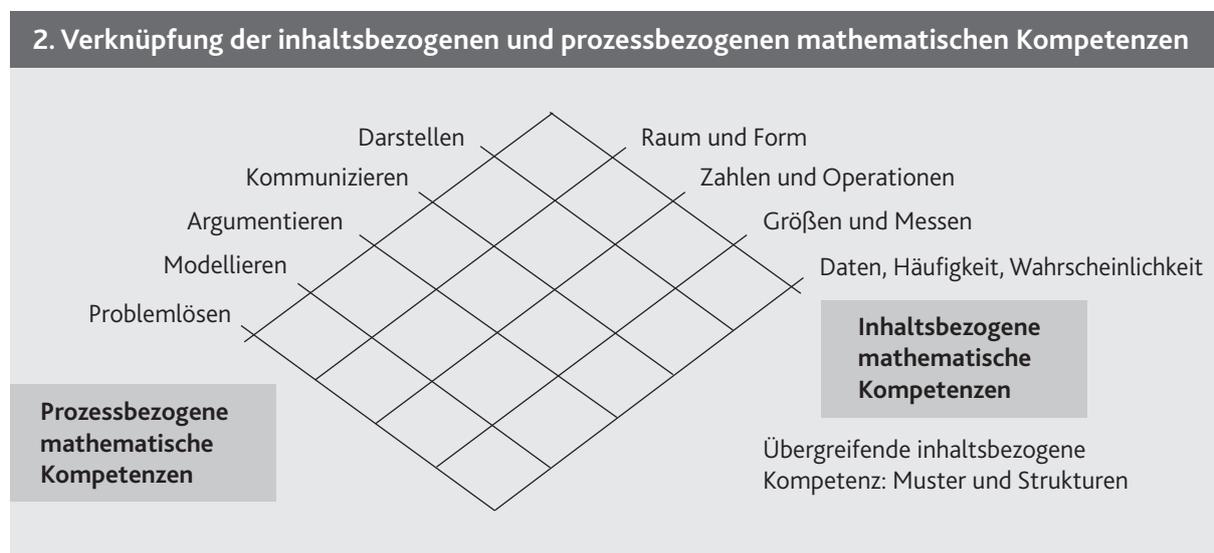
Problemlösen bezeichnet die Fähigkeit, Lösungen von mathematischen Problemen zu erarbeiten, dabei verschiedene Wege zu erproben und schließlich Lösungsversuche und Lösungsverfahren planen zu können. Problemlösen umfasst im Einzelnen folgende Kompetenzerwartungen:

P1 mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden

P2 eigene und vorbereitete Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren)

P3 Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen

Im Anhang finden sich **Aufgabenbeispiele zur Illustration prozessbezogener Kompetenzen**.



3. DIDAKTISCH-METHODISCHE LEITVORSTELLUNGEN

Die Kinder kommen mit unterschiedlichen mathematischen Vorkenntnissen in die Grundschule. Die Lehrkraft stellt diese unterschiedlichen Lernausgangslagen systematisch fest, greift die vorhandenen Fähigkeiten der Kinder auf und unterstützt ihre weitere Entwicklung unter der Zielsetzung einer grundlegenden mathematischen Bildung.

Dabei entdecken die Kinder die Rolle der Mathematik bei der Erschließung der gegenwärtigen und zukünftigen Welt und lernen sie wertzuschätzen. Lernen von Mathematik bedeutet, mathematische Inhalte mit der Lebenswirklichkeit in Zusammenhang zu bringen und durch Aufdecken und Beschreiben von Strukturen das Regelmäßige und Gesetzmäßige sichtbar zu machen.

Die folgenden didaktisch-methodischen Leitvorstellungen legen die Grundlagen für einen zeitgemäßen Mathematikunterricht fest.

Über Mathematik sprechen

Zeitgemäßer Mathematikunterricht fördert das Darstellen, Kommunizieren und Argumentieren, indem er die Schülerinnen und Schüler anregt, ihre Gedankengänge darzustellen und in Worte zu fassen. Ausgehend von der Alltagssprache und den Vorkenntnissen der Kinder wird gemeinsam eine funktionale Sprache aufgebaut, aus der sich die mathematische Fachsprache entwickelt. Im Inhaltsbereich *Zahlen und Operationen* existiert ein Formelwerk (Symbole und Operationszeichen), das die Kommunikation über mathematische Prozesse erleichtert. Die anderen Inhaltsbereiche erfordern deshalb eine noch intensivere Spracharbeit, denn auch hier müssen die Schülerinnen und Schüler einen verbindlichen Wortschatz für den Mathematikunterricht zur Beschreibung von Gegenständen und mathematischen Prozessen erwerben und darüber verfügen. Dieser ermöglicht es den Schülerinnen und Schülern, über mathematische Sachverhalte und über ihre eigenen Arbeitswege zunehmend präziser miteinander zu kommunizieren und mathematisch zu argumentieren (z. B. in Rechenkonferenzen, Baukonferenzen, Konstruktionsbeschreibungen, Gesprächen zum Vermuten, zum Schätzen und zum Entscheiden bei Unsicherheit).

Dabei können unterstützende Sprachmuster Hilfe und Orientierung bieten. Die Fachbegriffe müssen selbstverständlicher Bestandteil des Unterrichts sein, um vom passiven in den aktiven Wortschatz der Kinder überzugehen.

Um einen mathematischen Begriff zu abstrahieren, müssen die Schülerinnen und Schüler dessen unterschiedliche Aspekte in verschiedenen Darstellungen und Anwendungszusammenhängen erfahren. So ist gewährleistet, dass sie diesen flexibel anwenden können und ihn nicht nur mit einer bestimmten Situation verbinden.

Grundvorstellungen aufbauen / Prozesse versprachlichen

Mathematische Inhalte lassen sich auf verschiedenen Ebenen darstellen: in realen Situationen, durch Handlungen mit strukturiertem Material, durch bildliche und abstrakt symbolische Darstellungen. Dabei ist es von elementarer Bedeutung für ein grundlegendes Verständnis von Mathematik, dass das Kind in die Lage versetzt wird, zwischen den verschiedenen Darstellungsebenen flexibel zu wechseln.

Nicht alle mathematischen Prozesse in der Grundschule lassen sich formal darstellen, etwa mit Rechenzeichen. Deshalb ist es für den Mathematikunterricht insgesamt unerlässlich, Vorgehensweisen und Strategien zunächst in eigener Sprache und fortschreitend in miteinander vereinbarter Sprache darzustellen. Der Entscheidung der Lehrkraft bleibt es überlassen, inwieweit und zu welchem Zeitpunkt dabei Elemente der mathematischen Fachsprache aufgenommen werden. Zentrales Anliegen aber ist der Aufbau der Kompetenzen Darstellen, Kommunizieren und Argumentieren.

Die Schülerinnen und Schüler benötigen gezielt ausgewählte, geeignete Veranschaulichungen und Modelle, die flexibel einsetzbar sind und zur Entwicklung tragfähiger Strategien beitragen. Durch die zunehmende Versprachlichung mathematischer Prozesse kann das Kind ein inneres Bild zur Handlung aufbauen und Operationen abgelöst vom Material beherrschen.

Zielorientierung und Offenheit

Moderner Mathematikunterricht findet in einem Spannungsfeld zwischen Zielorientierung und Offenheit statt; er bietet jedem Kind ein qualifizierendes Lernangebot.

Ausgehend von ihren Vorkenntnissen und ihrem Alltagswissen erarbeiten sich die Kinder in einem klar strukturierten Rahmen eine solide mathematische Basis. Die Lehrkraft bereitet den Raum für Aufgaben vor, die unterschiedliche Zugänge zu einem neuen Inhalt oder Verfahren erlauben, die unterschiedlichen Lerninteressen und Lernstilen genügen und Mitentscheidungsanlässe und Handlungsmöglichkeiten zulassen.

Beispiele zur inhaltlichen Ebene:

Zahlraumgrenzen müssen nicht starr festgelegt sein. Unterschiedliche Rechenwege sind zulässig. Vielfältige Übungen zur Festigung der Basisfertigkeiten werden durch herausfordernde Aufgaben und realistische Problemstellungen ergänzt. Der Aufbau von Lernstrategien erfolgt kontinuierlich.

Beispiele zur methodischen Ebene:

Die Lernerwartungen werden thematisiert. Kinder dürfen entsprechend ihrem eigenen Lerntempo unterschiedlich lange in einem Lernbereich (Zahlenraum) arbeiten, bis sie sichere Grundlagen erworben haben. Diese Grundlagen sind in geeigneter Form festzuhalten. Wichtig sind klare Aufgabenstellungen, die Einstiegshilfen aus dem Erfahrungsbereich der Kinder und Kontrollmöglichkeiten bieten sowie wiederkehrende Strukturen (Rituale, Fixpunkte, geregelte Abschlüsse).

Beispiele zur kommunikativen/interaktiven Ebene:

Die Kinder erhalten vielfältige Gelegenheit, eigene Ideen zu äußern und über Vor- und Nachteile von Rechenverfahren und unterschiedliche Lösungsstrategien sprechen zu können.

Aktiv-konstruierendes Lernen

Im Mathematikunterricht haben entdeckendes, nachvollziehendes, informierendes und aktiv-konstruierendes Lernen in ausgewogener Form ihre Berechtigung. Durch die regelmäßige, selbstständige und aktive Auseinandersetzung mit komplexen Fragestellungen in Lernarrangements erarbeiten die Kinder sich

schrittweise das Verstehen mathematischer Zusammenhänge. Die Lehrkraft stellt aufgrund ihrer Fachkompetenz eine wesentliche Quelle des Wissenserwerbs für die Schüler dar. Sie bereitet das Lernangebot vor, begleitet die Schülerinnen und Schüler, leitet an und informiert.

Automatisierendes, operatives und intelligentes Üben

Zur Sicherung und Festigung der erworbenen Fertigkeiten und Erkenntnisse ist regelmäßiges Üben unabdingbar. Voraussetzung für erfolgreiches Üben ist das Verstehen der zu übenden Operationen, Zusammenhänge, Rechengesetze, -strategien und -verfahren.

Üben hat unterschiedliche Funktionen und Formen:

- Automatisierendes Üben hat zum Ziel, basale Tatsachen und Strategieelemente schnell abrufen zu können. Es festigt die Grundfertigkeiten und schult mathematische Grundtätigkeiten.
- Operatives Üben ist Üben unter Entdecken und Nutzen mathematischer Muster und Strukturen. Es lenkt den Blick auf Zusammenhänge, bietet strukturiertes Übungsmaterial und eröffnet die Chance, über den aktuellen Inhalt hinauszugehen.
- Intelligentes Üben besteht im ausgewogenen Nutzen von automatisierenden und operativen Übungselementen.

Erfolgreiches Üben braucht bekannte Aufgabenformate mit sinnvollen Variationen sowie Möglichkeiten der Kontrolle und Reflexion. Üben erfordert Einsicht, Konzentration und Regelmäßigkeit.

Durch zielgerichtetes Anwenden in veränderten Situationen werden die Fähigkeiten zur Generalisierung und zum Transfer gestärkt.

Umgang mit Fehlern und Schwierigkeiten

Fehler gehören zum Lernen, sie sind natürlicher Bestandteil einer verstehenden Auseinandersetzung mit Mathematik. Dabei ist zu unterscheiden zwischen den Fehlern, die durch mangelndes mathematisches Verständnis bedingt sind und solchen Fehlern, die auf der momentanen Befindlichkeit des Kindes oder auf äußeren Umständen beruhen. Oft enthalten fehlerhafte Bearbeitungen viele korrekte Bestandteile, welche die Lehrkraft würdigen und an die sie anknüpfen kann.

Deshalb ist es für den Aufbau einer produktiven Lernatmosphäre wichtig, dass fehlerhafte Bearbeitungen nicht nur zugelassen, sondern konstruktiv in den Lernprozess einbezogen werden.

Ein problemorientierter Unterricht bietet genügend Zeit für die gemeinsame Suche nach Lösungswegen und die ausführliche Diskussion und Analyse der Fehler. So können Einsichten gewonnen und das eigene Mathematikverständnis der Schülerinnen und Schüler vertieft werden.

Darüber hinaus ist die fachdidaktisch kompetente Analyse von Fehlern durch die Lehrkraft wichtig (pädagogische Diagnostik). Sie zeigt, wo das Kind steht, welche Fehlvorstellungen oder Missverständnisse vorliegen und ermöglicht eine wirkungsvolle individuelle Unterstützung.

Fördern und fordern

Um Kinder frühzeitig und effektiv fördern und fordern zu können, ist eine differenzierte Feststellung der Lernausgangslage unerlässlich. Geeignete Lernsituationen ermöglichen nicht nur das Erkennen von Symptomen und das Beurteilen von Produkten, sondern geben auch Einblick in die Gedankengänge der Kinder (Prozessorientierung).

Dieses erfordert Fachwissen der Lehrkraft über

- zeitgemäße Mathematikdidaktik,
- geeignete Formen der pädagogischen und mathematikdidaktischen Diagnostik,
- typische Lernprozesse,
- sich gegebenenfalls entwickelnde Fehlvorstellungen,
- entsprechende Fördermöglichkeiten.

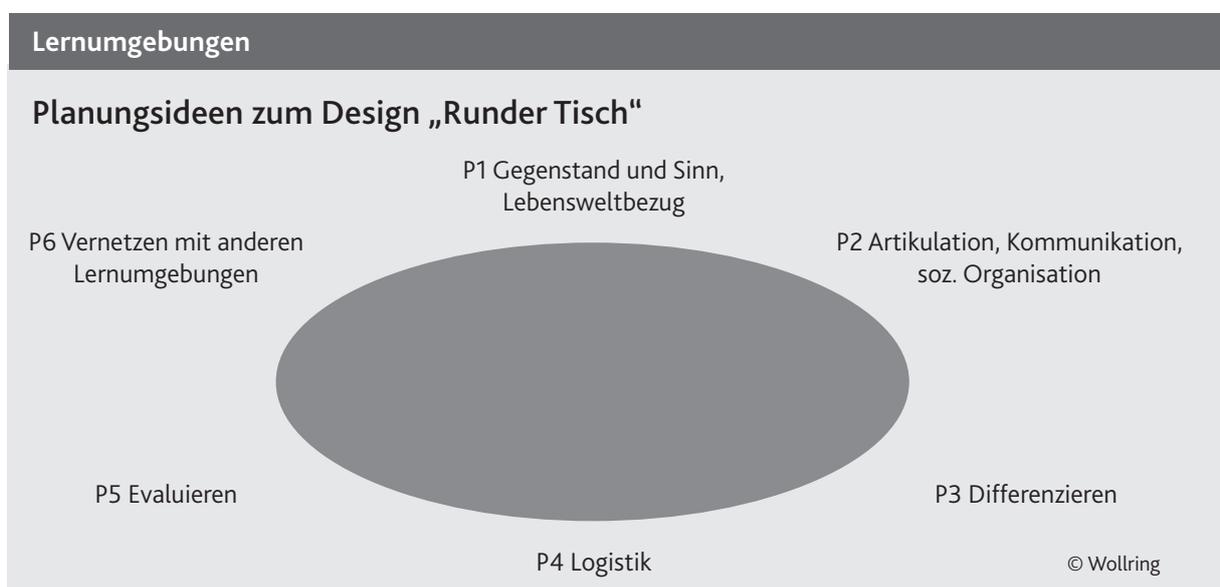
Um allen Kindern den Erwerb tragfähiger Grundlagen zu ermöglichen, konzipiert und nutzt die Lehrkraft Aufgabenformate und Lernumgebungen, die im gleichen inhaltlichen Kontext ein breites Spektrum an unterschiedlichen Anforderungen und Schwierigkeiten abdecken. Die Bildungsstandards unterscheiden die Anforderungsbereiche „Reproduzieren“ (AB I), „Zusammenhänge herstellen“ (AB II), und „Verallgemeinern und Reflektieren“ (AB III). Werden in einem differenzierenden und individualisierenden Unterricht (Teil-) Aufgaben aus den unterschiedlichen Anforderungsbereichen bereitgestellt, können alle Kinder erfolgreich am gleichen Inhalt arbeiten. So wird gewährleistet, dass sowohl individuelles Arbeiten („Lernen auf eigenen Wegen“) als auch ein gemeinsamer Austausch („Lernen voneinander“) möglich ist.

Mathematische Lernumgebungen

Aufgaben bilden ein zentrales Organisationselement des Mathematikunterrichts. Sie sind seine kleinsten Organisationseinheiten. Aufgaben mit ähnlicher Struktur bilden *Aufgabenfelder*, sie basieren auf einem gemeinsamen *Aufgabenformat*.

Die Sicht auf Aufgabenformate und Lernumgebungen soll dazu sensibilisieren, in einer Aufgabe die aussteuerbaren Aufgabenteile zu sehen. So bilden etwa in einer Aufgabe zu Zahlen und Operationen die in der Aufgabe konkret gegebenen Zahlen eine solche Möglichkeit zur Veränderung. Andere Teile beeinflussen den Umfang und den Schwierigkeitsgrad und wiederum andere steuern die Option, die Aufgabe individuell oder kooperativ zu bearbeiten. Ein in diesem Sinne flexibel gesehener, in der Regel schriftlich formulierter, Rahmen für Aufgaben wird als *Aufgabenformat* bezeichnet.

Lernumgebungen sind „flexible große Aufgabenformate“. Dabei ist die Arbeitssituation im Unterricht unter sozialen und logistischen Gesichtspunkten einbezogen. Eine *Lernumgebung* entsteht somit aus einem Aufgabenformat durch die konkrete Realisierung im Unterricht. Hier muss die Lehrkraft das Aufgabenformat der aktuellen Unterrichtssituation anpassen. Als Unterstützung dienen die folgenden sechs Planungsideen:



Das Bild der Planungsideen „am runden Tisch“ soll verdeutlichen, dass diese je nach Arbeitssituation unterschiedlich großen Einfluss auf die Gestaltung der Lernumgebung haben. Zur Reflexion der Planung einer Lernumgebung dienen folgende Fragen:

Planungsidee P1 Gegenstand und Sinn, Lebensweltbezug

1. Welcher mathematische Gegenstand, welche mathematische Strategie wird erarbeitet?
2. Welchen Lebensweltbezug hat die Lernumgebung, wenn überhaupt?

Planungsidee P2 Artikulation, Kommunikation, Soziale Organisation

3. Welche veränderbaren Spielräume zum begleitenden Darstellen des Experimentierens, welche Dokumentationsmöglichkeiten zum Festhalten der Ergebnisse werden zur Verfügung gestellt und wie stellen die Schülerinnen und Schüler ihren Arbeitsweg und ihre Arbeitsergebnisse dar?
4. Wie können sich Schülerinnen und Schüler über ihre Arbeit mit der Lehrkraft verständigen, wie miteinander? Unterstützt die angebotene Artikulation das gemeinsame Arbeiten der Kinder?

Planungsidee P3 Differenzieren

5. Wie lässt sich das Aufgabenformat variieren?
6. Bieten die Aufgaben Möglichkeiten zur natürlichen Differenzierung?

Planungsidee P4 Logistik

7. Ist die Lernumgebung mit angemessenem Zeitaufwand und mit vertretbarem materiellem Aufwand einzurichten?
8. Erfordert die Lernumgebung viel individuelle Zuwendung oder unterstützt sie zunehmend das selbstständige Arbeiten der Kinder?

Planungsidee P5 Evaluation

9. Lassen sich Arbeitswege, Strategien oder aner kennenswerte Teilleistungen identifizieren und einschätzen?
10. Lassen sich die Ergebnisse mit einfachen und schnellen Verfahren überprüfen? Inwieweit sind die Kontrollverfahren auch Schülerinnen und Schüler für die Eigenarbeit zugänglich zu machen?

Planungsidee P6 Vernetzen mit anderen Lernumgebungen

11. Welche Verbindungen hat die Lernumgebung zu anderen Lernumgebungen, ggf. fächerübergreifend?
12. Sind die Arbeitsweisen und Ergebnisse der Lernumgebung für Anwendungen innerhalb der Mathematik oder darüber hinaus geeignet?

4. ORIENTIERUNGSRAHMEN

Die Inhaltsbereiche des Orientierungsrahmens

- *Raum und Form*
 - *Zahlen und Operationen*
 - *Größen und Messen*
 - *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit*
- charakterisieren ein zeitgemäßes Mathematikbild, das insgesamt durch
- *Muster und Strukturen*

bestimmt ist. Sie orientieren sich an den inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen der Bildungsstandards, die im Orientierungsrahmen detailliert entfaltet werden. Die Inhaltsbereiche stehen in einem zeitgemäßen Mathematikunterricht nicht unverbunden nebeneinander, vielmehr werden sie im Unterrichtshandeln aufeinander bezogen und miteinander verknüpft.

Der Orientierungsrahmen zeigt beschreibend und detailliert entfaltet die Kompetenzen auf, die von Schülerinnen und Schülern am Ende des 4. Schuljahres erwartet werden (vgl. Vorbemerkungen). Er soll in dieser Detailliertheit das Planen von Unterricht unterstützen. Darüber hinaus bietet er Freiräume zur Erweiterung und individuellen Gestaltung.

Die Lehrkraft kann, mit Blick auf die individuellen Fähigkeiten einzelner Schülerinnen und Schüler, über die formulierten Erwartungen hinausgehen.

Die allgemeinen und inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen werden stets an konkreten Inhalten entwickelt. Zur besseren Orientierung werden daher den Kompetenzen Inhalte zugeordnet, die sich in besonderer Weise eignen, die erwarteten Kompetenzen zu erreichen.

Der Orientierungsrahmen ist als spiralförmiges Curriculum zu verstehen, in dem Inhalte immer wieder aufgenommen, schrittweise ausgebaut und aus einer anderen Perspektive betrachtet werden. Dabei wird auf Vorhergehendes bzw. Gelerntes zurückgegriffen, um Vernetzungen im Denken zu ermöglichen. Ein spiralförmiges Vorgehen erfordert eine langfristige, zielgerichtete und detaillierte Planung.

4.1 Raum und Form

4.1.1 Sich in der Ebene und im Raum orientieren

sich mit Richtungen und Lagebeziehungen in der Ebene und im Raum orientieren		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
Lagebeziehungen in der Ebene und im Raum	<ul style="list-style-type: none"> ■ bei gegebener Orientierung und gegebenem Bezugsobjekt die Lage eines anderen Objektes in der Ebene oder im Raum mit <i>vor, hinter, links neben, rechts neben, über, auf, unter</i> kennzeichnen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ eine Orientierung in der Ebene selbst festlegen und mit Hilfe von <i>links, rechts, oben, unten</i> oder mit Hilfe von <i>links, rechts, vorn, hinten</i> beschreiben ■ bei selbst festgelegter Orientierung und gegebenem Bezugsobjekt die Lage eines anderen Objektes in der Ebene oder im Raum mit <i>vor, hinter, links neben, rechts neben, über, auf, unter</i> kennzeichnen
mit Lagebeziehungen verbundene Ortsbezeichnungen in der Ebene und im Raum	<ul style="list-style-type: none"> ■ an einer Figur in gegebener Lage in der Ebene Orte bezeichnen, etwa die Ecken eines Rechtecks mit <i>oben rechts</i> oder <i>unten links</i> 	<ul style="list-style-type: none"> ■ an einer Figur in gegebener Lage im Raum Orte bezeichnen, etwa die Ecken eines Quaders mit <i>hinten oben rechts</i> oder <i>vorne unten links</i>
Bewegungsrichtungen in der Ebene und im Raum	<ul style="list-style-type: none"> ■ bei gegebener Orientierung die Richtung von Bewegungen eines Objektes in der Ebene mit <i>nach vorn, nach hinten, nach links, nach rechts</i> kennzeichnen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ bei gegebener Orientierung die Richtung von Bewegungen eines Objektes in der Ebene oder im Raum mit <i>nach vorn, nach hinten, nach links, nach rechts, nach oben, nach unten</i> kennzeichnen
sich beim Bewegen in der Ebene und im Raum orientieren		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
Bewegen von Objekten	<ul style="list-style-type: none"> ■ in der Ebene ausgewählte einfache Bewegungen eines Objektes mit Richtung und Entfernung beschreiben 	<ul style="list-style-type: none"> ■ in der Ebene und im Raum ausgewählte einfache Bewegungen eines Objektes mit Richtung und Entfernung beschreiben
neue Orientierung nach Bewegung		<ul style="list-style-type: none"> ■ in beweglichen Bezugssystemen Lagen, Orte und Richtungen benennen können, etwa aus der Sicht einer gehenden Person, die beim Gehen ihren Ort und ihre Sichtrichtung wechselt

4.1.2 Elementare geometrische Figuren kennen und herstellen

Elemente von Figuren und deren Beziehungen		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
Punkte, Strecken, Geraden	<ul style="list-style-type: none"> ■ Punkte und Strecken identifizieren und benennen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Geraden identifizieren und benennen
Ecken, Seiten, Kanten	<ul style="list-style-type: none"> ■ Ecken und Seiten (im Sinne von Strecken) an ebenen Figuren ansprechen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Ecken, Kanten und Seiten (im Sinne von Flächen) an räumlichen Figuren ansprechen
senkrecht, waagrecht, parallel	<ul style="list-style-type: none"> ■ Lagebeziehungen bei Gegenständen der Umwelt mit eigenen Worten beschreiben 	<ul style="list-style-type: none"> ■ <i>senkrecht</i>, <i>waagrecht</i>, <i>parallel</i> als Lagebezeichnung bei Gegenständen der Umwelt identifizieren und benennen ■ <i>senkrecht</i> als Lagebeziehung bei Strecken und Geraden identifizieren und benennen ■ <i>parallel</i> als Lagebeziehung bei Strecken und Geraden identifizieren und benennen ■ parallele ebene Flächen als parallel identifizieren und beschreiben
rechter Winkel		<ul style="list-style-type: none"> ■ einen rechten Winkel zwischen zwei Strecken identifizieren und als solchen benennen
Ebene	<ul style="list-style-type: none"> ■ eine ebene Fläche von einer gekrümmten Fläche mit eigenen Worten unterscheiden 	
2D-Figuren (ebene Figuren)		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
Dreieck, Viereck	<ul style="list-style-type: none"> ■ Dreiecke und Vierecke identifizieren, beschreiben, zeichnen 	
Rechteck, Quadrat	<ul style="list-style-type: none"> ■ Rechtecke und Quadrate identifizieren und beschreiben ■ Rechtecke von nicht rechteckigen Vielecken unterscheiden 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Rechtecke und Quadrate durch Zeichnen und eine andere Technik (etwa Legen oder Falten) herstellen ■ Quadrate von nicht quadratischen Rechtecken und nicht quadratischen Vielecken unterscheiden
Parallelogramm, Raute		<ul style="list-style-type: none"> ■ Parallelogramme und Rauten identifizieren, beschreiben und benennen ■ Parallelogramme und Rauten durch Zeichnen und eine andere Technik (etwa Legen oder Falten) herstellen
Vielecke in der Ebene	<ul style="list-style-type: none"> ■ Vielecke identifizieren und mit Hilfe der Eckenzahl beschreiben 	
regelmäßige Vielecke	<ul style="list-style-type: none"> ■ regelmäßige Vielecke mit eigenen Worten als regelmäßig kennzeichnen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ regelmäßige Vielecke mit Hilfsmittel (etwa Zeichenuhr oder Kreispapier) herstellen oder zeichnen
Kreis	<ul style="list-style-type: none"> ■ Kreise in der Umwelt und in Figuren identifizieren und mit eigenen Worten beschreiben 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Kreise mit Hilfsmitteln zeichnen ■ strukturierte Kreismuster beschreiben, mit Hilfsmitteln zeichnen oder aus geeignetem Material herstellen

3D-Figuren (räumliche Figuren)		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
Quader, Würfel	<ul style="list-style-type: none"> ■ Quader und Würfel identifizieren und beschreiben ■ Würfel von nicht würfelförmigen Quadern und anderen Körpern unterscheiden 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Quader von nicht quaderförmigen Körpern unterscheiden ■ Quader und Würfel beschreiben, etwa mit Rechtecken, Eckpunkten, Kanten, Flächen, etc. ■ Netze zu Würfeln und Quadern kennen, zeichnen und aus gegebenen Teilen herstellen ■ Quader und Würfel aus Netzen herstellen
Zylinder, Pyramide, Kegel		<ul style="list-style-type: none"> ■ Zylinder, Pyramiden und Kegel mit eigenen Worten beschreiben
Kugel	<ul style="list-style-type: none"> ■ Kugel identifizieren und mit eigenen Worten beschreiben 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Kugel aus Knetmasse näherungsweise herstellen und diesen Vorgang beschreiben
3D-Figuren	<ul style="list-style-type: none"> ■ Würfel und Quader in der Umwelt identifizieren ■ Bauwerke aus Würfeln mit verschiedenen ebenen Ansichten in Verbindung bringen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Würfel, Quader, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel in der Umwelt identifizieren ■ Bauwerke aus Würfeln, Quadern, Zylindern, Pyramiden, Kegeln und Kugeln mit verschiedenen ebenen Ansichten in Verbindung bringen ■ Würfel, Quader, Zylinder, Pyramiden, Kegel, Kugeln und Bauwerke daraus beschreiben

4.1.3 Elementare geometrische Abbildungen verwenden

deckungsgleiche ebene Figuren betrachten und herstellen (Kongruenz-Abbildungen)		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
deckungsgleiche ebene Figuren	<ul style="list-style-type: none"> ■ deckungsgleiche Dreiecke und Quadrate identifizieren und mit eigenen Worten beschreiben ■ zu einfachen Figuren deckungsgleiche Figuren mit Material legen oder mit Hilfsmitteln zeichnen, etwa im Gitternetz, mit Schablonen oder durch Transparentkopieren 	<ul style="list-style-type: none"> ■ deckungsgleiche ebene Figuren identifizieren und beschreiben ■ zu einfachen Figuren deckungsgleiche Figuren in einer gegebenen Lage mit Material legen oder mit Hilfsmitteln zeichnen, etwa im Gitternetz, mit Schablonen oder durch Transparentkopieren
symmetrische ebene Figuren betrachten und herstellen		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
achsensymmetrische und drehsymmetrische ebene Figuren	<ul style="list-style-type: none"> ■ achsensymmetrische ebene Figuren mit eigenen Worten beschreiben und mit geeigneten Techniken herstellen, etwa mit FaltSchneiden, durch Zeichnen im Gitter oder durch Transparentkopieren ■ achsensymmetrische Figuren in der Umwelt identifizieren und beschreiben 	<ul style="list-style-type: none"> ■ achsensymmetrische und drehsymmetrische ebene Figuren beschreiben und mit geeigneten Techniken herstellen, etwa mit Falt-Schneiden, durch Zeichnen im Gitter oder durch Transparentkopieren ■ achsensymmetrische und drehsymmetrische Figuren in der Umwelt identifizieren und beschreiben

Deckungsgleichheit und Symmetrie		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
symmetrische Figuren aus deckungsgleichen Teilfiguren	<ul style="list-style-type: none"> ■ zwei deckungsgleiche Figuren so zeichnen, dass eine achsensymmetrische Figur entsteht ■ aus einfachen Figuren, etwa Buchstaben oder Zahlzeichen, durch mehrfaches Kopieren achsensymmetrische Figuren zusammensetzen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ zwei deckungsgleiche Figuren so zeichnen, dass eine drehsymmetrische Figur entsteht ■ aus einfachen ebenen Figuren durch mehrfaches Kopieren Figuren zusammensetzen, die achsensymmetrisch oder drehsymmetrisch sind ■ Bandornamente oder Parkette herstellen
Vergrößern und Verkleinern von Figuren (Ähnlichkeits-Abbildungen)		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
zueinander ähnliche ebene Figuren	<ul style="list-style-type: none"> ■ zueinander ähnliche „vergrößerte“ oder „verkleinerte“ einfache ebene Figuren identifizieren und mit eigenen Worten beschreiben ■ zu einfachen gegebenen Figuren ähnliche Figuren mit Lege-Material herstellen, etwa mit ähnlichen Dreiecken oder mit ähnlichen Tangrams 	<ul style="list-style-type: none"> ■ zueinander ähnliche ebene Figuren identifizieren und beschreiben ■ zu einfachen gegebenen Figuren ähnliche Figuren mit Hilfsmitteln herstellen, etwa durch Legen oder durch Zeichnen in Gittern
zueinander ähnliche räumliche Figuren		<ul style="list-style-type: none"> ■ zueinander ähnliche räumliche Figuren aus Würfeln bauen und vergleichend beschreiben ■ zueinander ähnliche „vergrößerte und verkleinerte“ ebene und räumliche Figuren an Beispielen, auch in der Umwelt, identifizieren und beschreiben, (Pläne, Modellfahrzeuge, etc.)
Maßstäbe		<ul style="list-style-type: none"> ■ mit einzelnen Maßstäben maßstabgerecht vergrößern und verkleinern und rechnen

4.1.4 Verfahren zum Messen von Längen, Flächeninhalten und Rauminhalten anwenden

Längenmaße bestimmen		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
direktes Vergleichen von Längen	<ul style="list-style-type: none"> ■ Längen von Gegenständen bis etwa 1 m direkt vergleichen 	
indirektes Vergleichen von Längen	<ul style="list-style-type: none"> ■ Längen von Gegenständen bis etwa 1 m mit Hilfe eines Werkzeugs (Schnur, Stab) indirekt vergleichen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Längen von Gegenständen bis etwa 10 m mit Hilfe eines Werkzeugs (Schnur, Stab) indirekt vergleichen
Messen und Schätzen von Längen	<ul style="list-style-type: none"> ■ Längen von Gegenständen bis etwa 1 m mit Hilfe eines skalierten Lineals oder Maßbandes nach Maßzahl und Einheit bestimmen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Längen von Gegenständen bis etwa 10 m mit Hilfe eines skalierten Lineals oder Maßbandes nach Maßzahl und Einheit bestimmen ■ Längen von Gegenständen bis etwa 10 m mit Hilfe von Stützpunktvorstellungen schätzen

Umfang ebener Figuren bestimmen		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
Messen von Umfängen ebener Figuren	<ul style="list-style-type: none"> ■ Messen von Umfängen bei Figuren im Kästchengitter durch Abzählen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Messen von Umfängen bei geradlinig begrenzten Figuren mit einem skalierten Lineal
Untersuchen von Umfang und Flächeninhalt		<ul style="list-style-type: none"> ■ Figuren aus Quadraten umbauen, vergrößern und verkleinern und Änderungen von Umfang und Flächeninhalt vergleichen
Flächeninhalte bestimmen		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
Messen, Vergleichen und Schätzen von Flächeninhalten	<ul style="list-style-type: none"> ■ Flächeninhalt ebener Figuren aus Quadraten durch Auszählen der Quadrate bestimmen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Flächeninhalt geeigneter ebener Figuren <i>durch Auslegen</i> mit Quadraten und Auszählen bestimmen ■ Flächeninhalte geeigneter ebener Figuren <i>durch Zerlegen und Ergänzen</i> vergleichen und in Einzelfällen bestimmen ■ geeignete ebene Figuren, etwa Arrangements aus Quadraten, <i>vergrößern und verkleinern</i> und Umfänge und Flächeninhalte vergleichen ■ Schätzen von krummlinig begrenzten Flächen <i>durch Annähern</i> der Gestalt mit Quadraten, etwa mit Kästchenpapier
Rauminhalte bestimmen		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
Volumenmaß als Würfelzahl	<ul style="list-style-type: none"> ■ Rauminhalt von Würfelbauwerken durch Zählen der Würfel bestimmen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Rauminhalte geeigneter (Hohl-) Körper durch Auslegen mit Würfeln bestimmen
Volumenmaß als „Hohlmaß“		<ul style="list-style-type: none"> ■ Rauminhalt von Hohlkörpern durch Schüttversuche vergleichen und bestimmen
Oberfläche und Rauminhalt		<ul style="list-style-type: none"> ■ Würfelbauwerke umbauen, vergrößern und verkleinern und Änderungen von Oberfläche und Rauminhalt vergleichen

4.2 Zahlen und Operationen

4.2.1 Zahlen

Zählen, Zahlen lesen und schreiben		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
Zuordnungsbegriffe	<ul style="list-style-type: none"> ■ Zuordnungsbeschreibungen sicher anwenden rechts-links, oben-unten, über-unter-neben, vor-nach, vor-zurück, mehr-weniger 	
Ziffern und Zahlen	<ul style="list-style-type: none"> ■ Zählen bis 100: <ul style="list-style-type: none"> • Zahlwortreihe von 1 bis 100 vorwärts und rückwärts beherrschen • Zählen von ... bis ... vorwärts und rückwärts • Zählen in 2er-Schritten • Zählen in 10er-Schritten • Abzählen konkreter Mengen mit und ohne Berühren der Elemente • Zählen nur mental vorhandener Mengen • die Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 kennen, korrekt und eindeutig schreiben ■ den Begriff „Ziffer“ kennen ■ Zahlen bis 100 sprechen, lesen, in Schreibrichtung schreiben (auch nach Diktat) und auf verschiedene Weise darstellen ■ Unterschied zwischen Sprech- und Schreibweise bei Zehner-Einer-Zahlen kennen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ im Zahlenraum bis 1 Million Teilbereiche zählen <ul style="list-style-type: none"> • vorwärts und rückwärts • in Schritten (10er, 100er, 1000er usw.) • von – bis ■ Unterscheidung Ziffer – Zahl ■ Zahlen bis 1 Million lesen, in Schreibrichtung schreiben (auch nach Diktat) und auf verschiedene Weise darstellen

4.2.2 Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen

Zahlvorstellungen aktivieren und nutzen		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
Zahlen als Mengen: kardinaler Aspekt	<ul style="list-style-type: none"> ■ Zahl als Anzahl der Elemente einer Menge wahrnehmen (z.B.: Es sind 5 Plättchen.) ■ Mengen bis 6 simultan erfassen ■ Anzahl der Elemente von ungeordneten Mengen nicht-zählend erfassen, z.B. über die (mentale) Gliederung in Teilmengen ■ Anzahlen in dekadisch strukturierten Darstellungen durch Nutzen der Strukturen rasch erfassen ■ Anzahl der Elemente einer Menge schätzen ■ verschiedene Darstellungen von Zahlen kennen und nutzen ■ Anzahlen bis 100 durch Nutzen von Strukturen erkennen und darstellen ■ sich verschiedene Zahldarstellungen ohne konkretes Material bildlich vorstellen ■ gesicherte Zahlvorstellungen im Zahlenraum bis 100 besitzen ■ flexibel zwischen verschiedenen Zahldarstellungen im Zahlenraum bis 100 wechseln 	<ul style="list-style-type: none"> ■ angemessene Vorstellung größerer Mengen besitzen ■ Anzahlen bis 1000 durch Bündeln ermitteln ■ verschiedene Darstellungen von Zahlen kennen, nutzen und nach-vollziehbar beschreiben ■ große Zahlen bis 1 Million durch Nutzen von Strukturen erfassen und darstellen ■ angemessene Zahlvorstellungen im Zahlenraum bis 1 Million besitzen ■ flexibel zwischen verschiedenen Zahldarstellungen im Zahlenraum bis 1 Million wechseln
Zahlen als Ordnungszahlen: ordinaler Aspekt	<ul style="list-style-type: none"> ■ eine Zahl als Platz eines Elementes in einer Zahlenreihe wahrnehmen (z.B. 5 ist die fünfte Zahl in der Zahlenreihe) ■ Zahlen bis 100 als Position am Rechenstrich/ Zahlenstrahl darstellen und ablesen ■ Vorgänger und Nachfolger von Zahlen bis 100 benennen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ den Ordnungsaspekt von Zahlen bis 1 Million wahrnehmen und nutzen ■ Zahlen bis 1 Million als Position am Zahlenstrahl darstellen und ablesen ■ Vorgänger und Nachfolger von Zahlen bis 1 Million benennen
das Zehnersystem	<ul style="list-style-type: none"> ■ konkrete Mengen bis zur Anzahl 100 bündeln ■ Zahlen bis 100 mit dekadisch aufgebautem Anschauungsmaterial darstellen und von diesem ablesen ■ Zahlen bis 100 mit Ziffern in die Stellenwerttafel eintragen und von dieser ablesen ■ Bedeutung der Zahl Null kennen ■ Zahlen bis 100 in Zehner und Einer zerlegen ■ Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems bis 100 kennen ■ Zahlen bis 100 mit Plättchen als Einer und Zehner in der Stellenwerttafel des Zehnersystems legen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ konkrete Mengen mit großer Anzahl bündeln ■ Zahlen bis 1000 mit dekadisch aufgebautem Anschauungsmaterial darstellen und von diesem ablesen ■ Zahlen bis 1 Million mit Ziffern in die Stellenwerttafel eintragen und von dieser ablesen ■ Funktion der Zahl Null im Stellenwertsystem kennen ■ Zahlen bis 1 Million in Stellenwerte zerlegen ■ Zahlen runden ■ Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems bis 1 Million kennen ■ Zahlen bis 1 Million mit Plättchen in der Stellenwerttafel des Zehnersystems legen

Zahlbeziehungen verstehen		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
Strukturen im Zahlenraum	<ul style="list-style-type: none"> ■ Zahlen bis 100 vergleichen (größer – kleiner, Unterschied) und ordnen ■ Zahlen bis 100 zerlegen und deren Strukturen erkennen und nutzen (z.B. 5er- und 10-er Bündelung, Vorgänger, Nachfolger, Nachbarzahlen, um ... kleiner, um größer, die Hälfte, das Doppelte, das Zehnfache, Teilen durch 5 und 10) ■ sich im Zahlenraum bis 100 orientieren (Strukturen und Zusammenhänge am Zahlenstrahl, am Zahlenstrich) ■ Zahlen- und Punktmuster mit eigenen Worten beschreiben ■ Zahlen und Strukturen in geometrischen Mustern erkennen und die Muster nach gefundener Regel fortsetzen ■ bei Zahlenfolgen die Regel erkennen und die Reihe entsprechend fortsetzen ■ Beziehungen im dezimalen Stellenwertsystem bis 100 kennen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Zahlen bis 1 Million in Beziehung setzen (zerlegen, verdoppeln, halbieren, Vorgänger-Nachfolger, Nachbarzahlen, Vielfache, Teiler) ■ sich im Zahlenraum bis 1 Million orientieren (Zahlenstrahl, Zahlenstrich, Ergänzen zu Nachbarzahlen) ■ Zahlen figürlich darstellen (Punktmuster, geometrische Anordnungen, z.B. Treppen) und figürliche Darstellungen von Zahlen in der Fachsprache beschreiben ■ Zahlenreihen und deren Strukturen in figürlichen Darstellungen und Mustern erkennen und die Muster nach der gefundenen Regel fortsetzen ■ auch bei komplexeren Zahlenfolgen die Regel erkennen und die Reihe entsprechend fortsetzen ■ Beziehungen im dezimalen Stellenwertsystem bis 1 Million kennen

4.2.3 Rechenoperationen verstehen und flexibel anwenden

mathematische Operationen von Addition und Subtraktion verstehen		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion	<ul style="list-style-type: none"> ■ Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 100 in Sachzusammenhängen erkennen und anwenden ■ Handlungen verbalisieren ■ Situationen und Handlungen den Operationen zuordnen, Addition als Hinzufügen und Zusammenfassen verstehen, Subtraktion als Wegnehmen und Vergleichen verstehen ■ Fachbegriffe plus, minus und Notationsweisen kennen und anwenden ■ die Beziehung zwischen den Operationen erkennen und anwenden 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 1 Million in Sachzusammenhängen erkennen und anwenden ■ zu Sachsituationen mathematische Aufgabenstellungen finden ■ Problemstellungen als Hinzufügen, Zusammenfassen, Vergrößern, Wachsen der Addition zuordnen, Wegnehmen, Vergleichen, Verkleinern, Reduzieren, Ergänzen, Unterscheiden der Subtraktion zuordnen ■ Fachbegriffe und Notationsweisen (Addition, Subtraktion, addieren, subtrahieren, Summe, Differenz) kennen und nutzen ■ die Beziehung zwischen den Operationen erkennen und nutzen

RAHMENPLAN GRUNDSCHULE

<p>Grundvorstellungen zur Division</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ Grundvorstellungen zur Division aufbauen <ul style="list-style-type: none"> • Verteilen: 12 Bonbons an 4 Kinder • Aufteilen (Ausmessen): 12 Kinder in 4er Gruppen ■ Division als Umkehrung der Multiplikation verstehen ■ Divisionsaufgaben am Punktfeld darstellen ■ Fachbegriff „geteilt durch“ und Notationsweisen kennen und anwenden 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Division in Sachsituationen vertiefen ■ Fachbegriffe und Notationsweisen (Division, dividieren, Quotient) kennen und nutzen
<p>Rechenstrategien bei Multiplikation und Division</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ Kernaufgaben (1x, 2x, 5x und 10x) und Quadrataufgaben gedächtnismäßig beherrschen ■ Ableitungsstrategien (Nachbaraufgaben, Tausch- und Umkehraufgaben, Verdoppeln und Halbieren) zum Berechnen weiterer Aufgaben nutzen ■ Zusammenhänge zwischen den 1x1-Reihen und 1x1-Aufgaben zur Lösung von weiteren Aufgaben erkennen und nutzen ■ alle Multiplikations- und Divisionsaufgaben lösen ■ Zusammenhänge zwischen Multiplikation und Division nutzen ■ Divisionsaufgaben mit Rest lösen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Kleines 1x1 und 1:1 und Stützpunktaufgaben (x11, x12, x25,...) des großen 1x1 sicher beherrschen ■ Nachbaraufgaben, Tausch- und Umkehraufgaben, Verdoppeln, Halbieren ... zur Lösung von großen 1x1-Aufgaben nutzen ■ Multiplikation mit und Division durch Stufenzahlen beherrschen
<p>schriftliche Rechenverfahren verstehen</p>		
<p>Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen</p>	<p>Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres</p>	<p>Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres</p>
<p>schriftliche Rechenverfahren</p>		<ul style="list-style-type: none"> ■ die Verfahren der halbschriftlichen Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division beherrschen ■ ein schriftliches Verfahren der Addition, Subtraktion (siehe Anhang) und Multiplikation verstehen, erklären und den jeweiligen Algorithmus beherrschen (z. B. mit mehreren Summanden, mit einem Subtrahenden, mit mehrstelligen Faktoren) ■ das Verfahren der schriftlichen Division (einstelliger Divisor, auch mit Restschreibweise) kennen ■ entscheiden, bei welchen Aufgaben die Anwendung schriftlicher Verfahren sinnvoll ist
<p>Rechenergebnisse überprüfen</p>		<ul style="list-style-type: none"> ■ die Umkehraufgabe zur Prüfung des Ergebnisses nutzen ■ überschlagendes Rechnen nutzen, um Ergebnisse ungefähr angeben zu können ■ Lösungen von Aufgaben durch überschlagendes Rechnen kontrollieren

in Kontexten rechnen		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
Sachaufgaben	<ul style="list-style-type: none"> ■ zu einfachen Sachaufgaben (Rechengeschichten, Bildsachaufgaben) mathematische Aufgabenstellungen formulieren und lösen ■ Bearbeitungshilfen (Skizzen, Zeichnungen u.ä.) kennen und zur Lösung von Sachaufgaben nutzen ■ zu einfachen Gleichungen Sachaufgaben finden ■ unterschiedliche Lösungswege und Darstellungsformen vergleichen ■ geeignete Aufgaben durch Probieren bzw. systematisches Probieren lösen ■ durch Nähern und Schätzen die Ergebnisse auf Plausibilität überprüfen ■ Sachaufgaben variieren 	<ul style="list-style-type: none"> ■ zu Sachproblemen mathematische Aufgabenstellungen formulieren und lösen ■ bei geeigneten Aufgaben selbstständig Fragestellung formulieren ■ selbstständig Bearbeitungshilfen (Skizzen, Tabellen, Schaubilder u.ä.) zur Lösung von Sachaufgaben nutzen ■ zu Gleichungen und Ungleichungen Sachaufgaben finden ■ erarbeitete Lösungsschritte von Sachaufgaben in einer geeigneten Form darstellen (Ergebnis nennen, Text, Tabelle...) ■ geeignete Aufgaben durch systematisches Probieren lösen, auch nicht eindeutig lösbare Aufgaben ■ unlösbare Aufgaben als solche erkennen ■ durch Nähern und Schätzen die Ergebnisse auf Plausibilität überprüfen ■ Sachaufgaben systematisch variieren ■ prüfen, ob ein exaktes Berechnen oder Schätzen ein passendes Ergebnis liefert
funktionale Beziehungen in Sachsituationen	<ul style="list-style-type: none"> ■ Zusammenhänge erkennen (z.B. Menge – Preis) 	<ul style="list-style-type: none"> ■ funktionale Beziehungen in Sachsituationen erkennen, beschreiben und entsprechende Aufgaben lösen ■ einfache Aufgaben zur Proportionalität lösen

4.3 Größen und Messen

Größenvorstellungen besitzen		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
Größeneinheiten	<ul style="list-style-type: none"> ■ Einheiten für Geldwerte (ct, €), Längen (cm, m) und Zeitspannen (Minute, Stunde, Tag, Woche, Monat, Jahr) kennen ■ bei den Größenbereichen Geldwerte, Längen, Zeitspannen, die Beziehung zwischen Einheit und Untereinheit kennen ■ nichtdekadische Bündelungssysteme kennen (Bündelungseinheit 12: Stunden/Halbtage, Monate/Jahr; Bündelungseinheit 24: Stunden/Tag, Bündelungseinheit 7: Tage/Woche) 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Einheiten für Geldwerte (ct, €), Längen (mm, cm, dm, m, km), Flächen (Quadratzentimeter, Quadratmeter), Zeitspannen (s, min, h, Tag, Woche, Monat, Jahr), Volumina (ml, l, Kubikdezimeter und Kubikmeter) und Gewichte/ Massen (g, kg, t) kennen ■ die Beziehung zwischen Einheit und Untereinheit kennen ■ nichtdekadische Bündelungssysteme kennen und beim Berechnen von Zeitspannen berücksichtigen (Bündelungseinheit 12: Stunden/Halbtage, Monate/Jahr; Bündelungseinheit 24: Stunden/Tag, Bündelungseinheit 7: Tage/Woche; Bündelungseinheit 60: Sekunden/ Minute; Minuten/Stunde)

RAHMENPLAN GRUNDSCHULE

Messen	<ul style="list-style-type: none"> ■ Münzen, Geldscheine kennen ■ Geldbeträge auf unterschiedliche Weise mit Münzen und Geldscheinen legen ■ Geld wechseln ■ Skalierungen zu Länge und Zeit selbst entwickeln und herstellen ■ Längen auf Skalen (Lineal ...) ablesen ■ Längen von Objekten mit geeigneten Messgeräten (Lineal, Metermaß, Zollstock...) messen ■ Längenmessungen mit verschiedenen konventionellen und nichtstandardisierten Messwerkzeugen durchführen und vergleichen ■ einfache Uhrzeiten (volle Stunde, halbe Stunde, Viertelstunde, Dreiviertelstunde) auf analogen und digitalen Uhren ablesen und einstellen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Skalierungen selbst entwickeln und herstellen ■ Längen, Gewichte und Rauminhalte auf Skalen (z.B. Waage, Messbecher...) ablesen ■ Größen mit geeigneten Messgeräten messen und in geeigneter Einheit angeben ■ Messungen mit verschiedenen konventionellen und nichtstandardisierten Messwerkzeugen durchführen und vergleichen ■ Uhrzeiten auf analogen und digitalen Uhren minutengenau ablesen und einstellen
Größenvergleich	<ul style="list-style-type: none"> ■ Längen, Zeitspannen, Geldbeträge bestimmen, vergleichen und ordnen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Flächen, Volumina, Gewichte bestimmen, vergleichen und ordnen
Größenangaben	<ul style="list-style-type: none"> ■ Größen in unterschiedlichen Einheiten angeben / umwandeln ■ Kommaschreibweise von Geldbeträgen kennen und anwenden ■ einfache Bruchzahlen im Größenbereich Zeitspannen kennen und umwandeln (z.B. Viertelstunde: 15 Minuten ...) 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Größen in unterschiedlichen Einheiten angeben / umwandeln ■ Kommaschreibweise von Geldbeträgen, Längen und Gewichten kennen und anwenden ■ im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen bei Größenangaben kennen und umwandeln (z. B. $\frac{3}{4} \text{ l} = 750 \text{ ml}$, halber Meter: 50 cm ...) ■ Zusammenhänge zwischen den einzelnen Größenbereichen kennen (z.B. Umfang und Fläche, Kantenlänge und Volumen, 1 Kubikdezimeter = 1 l ...)
Größenvorstellungen	<ul style="list-style-type: none"> ■ Längen von alltäglichen Objekten als Bezugsgrößen kennen (z.B. Daumnagel: 1 cm) 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Repräsentanten von alltäglichen Objekten als Stützpunktvorstellungen kennen (z.B. Päckchen Mehl: 1 kg, mittelgroßes Auto: 1 t)
Schätzen	<ul style="list-style-type: none"> ■ auf der Grundlage von Stützpunktvorstellungen Längen schätzen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ auf der Grundlage von Stützpunktvorstellungen Längen, Gewichte (Massen), Flächen, Volumina schätzen
mit Größen in Sachsituationen umgehen		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
Sachaufgaben	<ul style="list-style-type: none"> ■ zu einfachen Sachsituationen mit Größen (Rechengeschichten, Bildsachaufgaben...) mathematische Aufgabenstellungen formulieren und lösen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ zu Sachproblemen mit Größen mathematische Aufgabenstellungen formulieren und lösen ■ bei geeigneten Sachaufgaben selbstständig Fragestellung(en) formulieren

Bearbeitungshilfen	<ul style="list-style-type: none"> ■ Bearbeitungshilfen (Skizzen, Zeichnungen u.ä.) zur Lösung von Sachaufgaben mit Größen nutzen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ geeignete Bearbeitungshilfen auswählen (Skizzen, Tabellen, Schaubilder u.ä.) und zur Lösung von Sachaufgaben mit Größen nutzen ■ Bezugsgrößen aus der Erfahrungswelt zum Lösen von Sachproblemen nutzen (z.B. Fermi-Aufgaben)
Plausibilität	<ul style="list-style-type: none"> ■ Ergebnisse auf Plausibilität überprüfen / einschätzen (z.B.: „Bei Minus muss es weniger werden.“) 	<ul style="list-style-type: none"> ■ durch Nähern und Schätzen die Ergebnisse auf Plausibilität überprüfen
Lösungswege und Ergebnisse von Sachaufgaben	<ul style="list-style-type: none"> ■ Lösungswege darstellen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ erarbeitete Lösungsschritte von Sachaufgaben in einer geeigneten Form darstellen (Ergebnis nennen, Text, Tabelle, Diagramm...)
Gleichungen und Sachsituationen	<ul style="list-style-type: none"> ■ zu Gleichungen einfache Rechengeschichten finden 	<ul style="list-style-type: none"> ■ zu Gleichungen mit Größen passende Sachsituationen finden

4.4 Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit

einfache Bruchzahlen und Bilder dazu, fortgesetztes Halbieren, Anteile		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
Namen und geometrische Darstellungen zu den elementaren Brüchen $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{3}$	<ul style="list-style-type: none"> ■ $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}$ in konkreten Darstellungen identifizieren und beschreiben 	<ul style="list-style-type: none"> ■ elementare Brüche in Darstellungen (Kästchen, Stückzahlen, Streckeneinteilungen und Kreiseinteilungen) identifizieren und herstellen
kombinatorische Muster herstellen, darstellen und zählen		
Herstellen und Auszählen kombinatorischer Muster		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
Arrangements mit Beachten der Reihenfolge (<i>Permutationen</i>) mit und ohne Wiederholung in einem geeigneten Kontext, etwa „ <i>Türme aus bunten Bausteinen</i> “	<ul style="list-style-type: none"> ■ Arrangements (etwa „Türme“) experimentell herstellen und begleitend zählen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Arrangements experimentell herstellen, strategiebegleitend zählen und die Zähltechnik darstellen ■ Auszählen der Anzahlen im Baumdiagramm
Arrangements ohne Beachten der Reihenfolge (<i>Kombinationen</i>) mit und ohne Wiederholung in einem geeigneten Kontext, etwa „ <i>farbige Eier im Nest</i> “	<ul style="list-style-type: none"> ■ Arrangements (etwa „Nester“) experimentell herstellen und begleitend zählen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Arrangements experimentell herstellen, strategiebegleitend zählen und die Zähltechnik darstellen ■ Auszählen der Anzahlen in Tabellen
elementare kombinatorische Anwendungen		<ul style="list-style-type: none"> ■ jeweils einen Kontext mit passenden Zählstrategien nutzen

Häufigkeiten in kombinatorischen Mustern		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
kombinatorische Muster, Strukturen	<ul style="list-style-type: none"> ■ Häufigkeiten einzelner Objekte in kombinatorischen Mustern mit eigenen Worten beschreiben 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Häufigkeiten von Objekten mit bestimmten Eigenschaften in kombinatorischen Mustern vergleichen
Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit		
Daten lesen, deuten, erfassen und darstellen		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
gegebene Daten, dargestellt in Listen, Tabellen, Bildern und Diagrammen	<ul style="list-style-type: none"> ■ einfache gegebene Listen, Tabellen oder Diagramme lesen, Informationen entnehmen und beschreiben ■ in gegebenen einfachen Diagrammen Größen vergleichen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ gegebene Listen, Tabellen, Schaubilder oder Diagramme lesen, Informationen entnehmen und beschreiben ■ in gegebenen Diagrammen Größen vergleichen und Zusammenhänge mit eigenen Worten beschreiben ■ Piktogramme, die im Sinne des Bündelns organisiert sind, korrekt deuten
selbst gesammelte Daten, dargestellt in Listen, Tabellen, Bildern und Diagrammen (Einbeziehen elementarer Brüche)	<ul style="list-style-type: none"> ■ Daten aus Alltagssituationen in Listen erfassen ■ gegebene einfache Daten mit beschränktem Umfang strukturieren und in Tabellen und Diagrammen darstellen ■ bei einfachen Beobachtungen und Experimenten Daten sammeln, strukturieren und in Tabellen und Diagrammen darstellen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Daten aus Alltagssituationen in Listen erfassen ■ gegebene Daten mit beschränktem Umfang strukturieren und in Tabellen und Diagrammen darstellen ■ bei eigenen Beobachtungen und Experimenten Daten erheben, sammeln, strukturieren und in Tabellen oder Diagrammen darstellen ■ Tabellen und Diagramme in geeigneter Form ineinander übertragen
Wahrscheinlichkeit von Ereignissen in Zufallsexperimenten einschätzen und vergleichen		
Grundbegriffe zur Wahrscheinlichkeit auf Aussagen beziehen		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
Grundbegriffe zur Wahrscheinlichkeit	<ul style="list-style-type: none"> ■ zufällige Situationen aus der eigenen Lebenswelt mit eigenen Worten beschreiben ■ die Worte <i>sicher</i> und <i>unmöglich</i> gegebenen Aussagen aus der eigenen Lebenswelt zuordnen 	<ul style="list-style-type: none"> ■ zufällige Situationen mit eigenen Worten beschreiben ■ die Worte <i>sicher</i> und <i>unmöglich</i> gegebenen Aussagen zuordnen ■ die Formulierung <i>wahrscheinlicher</i> als bei Aussagen oder Versuchssituationen vergleichend verwenden ■ die subjektive Bedeutung der Worte <i>möglich</i> und <i>wahrscheinlich</i> mit eigenen Worten kennzeichnen

Wahrscheinlichkeit sprachlich kennzeichnen		
Inhalte zum Erwerb der Kompetenzen	Kompetenzerwartung am Ende des 2. Schuljahres	Kompetenzerwartung am Ende des 4. Schuljahres
<p>Wahrscheinlichkeiten in Zufallssituationen ohne Einbeziehen von Versuchsergebnissen aufgrund von Annahmen (etwa „Würfelwurf“)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ Wahrscheinlichkeiten beim <i>Wurf einer Münze, Wurf mit einem Würfel</i> vergleichen ■ dabei bestimmte Ereignisse als <i>möglich, unmöglich</i> oder <i>sicher</i> kennzeichnen ■ Zufallssituationen der eigenen Lebenswelt beschreiben 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Wahrscheinlichkeiten beim <i>Wurf von einem oder zwei Würfeln</i>, beim Drehen von Glücksrädern vergleichen dabei bestimmte Ereignisse als <i>möglich, unmöglich</i> oder <i>sicher kennzeichnen</i> ■ Zufallssituationen der eigenen Lebenswelt beschreiben ■ zu einfachen Zufallsexperimenten die möglichen Ergebnisse strukturiert darstellen und die Wahrscheinlichkeit bestimmter Ereignisse mit eigenen Worten vergleichend beschreiben. ■ anhand der Spielregeln einschätzen, ob ein gegebenes Zufalls-Spiel fair ist
<p>Wahrscheinlichkeiten in Zufallssituationen mit Einbeziehen von Versuchsergebnissen</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ Versuchsergebnisse von einfachen Zufallsexperimenten anhand gegebener Muster protokollieren (etwa „Strichliste“) 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Versuchsergebnisse von einfachen Zufallsexperimenten anhand gegebener oder eigener Muster protokollieren und beschreiben

5. FESTSTELLEN DES LERNERFOLGES

Jedes Kind hat Anspruch auf eine Rückmeldung über die individuelle Lernentwicklung und die erzielten Lernfortschritte. Hierdurch erhalten die Schülerinnen und Schüler Aufschluss über den erreichten Lernfortschritt, der Lehrkraft bieten sie Orientierung bei der Planung ihres Unterrichts. Leistungsfeststellung und -bewertung dienen somit nicht ausschließlich der Beurteilung, sondern sind auch als Basis für Lern- und Beratungsgespräche zu sehen, die Lernfortschritte oder Lernhindernisse deutlich machen und Grundlage bieten für Maßnahmen zur individuellen Förderung.

Ein zeitgemäßer Mathematikunterricht fördert durch das Eingehen auf die individuellen Lernvoraussetzungen und Lernfortschritte der Schülerinnen und Schüler neben der Freude am Umgang mit mathematischen Inhalten auch die Leistungsbereitschaft und das Leistungsvermögen der Grundschul Kinder.

Auf der Basis einer Lernatmosphäre, die von Ermutigung, Bestärkung, Anerkennung von Teilleistungen und von Lernfortschritten und Beratung durch die Lehrkraft geprägt ist, können Schülerinnen und Schüler ihre mathematischen Kompetenzen weiterentwickeln.

Im Mathematikunterricht basiert die Feststellung des Lernerfolges sowohl auf den inhaltsbezogenen wie auch auf den allgemeinen mathematischen (prozessbezogenen) Kompetenzen.

Neben den schriftlichen oder mündlichen punktuellen Leistungsfeststellungen wird der Lernprozess der Schülerinnen und Schüler begleitet, beschrieben und belegt. Hierzu dienen Dokumentationen in Form von Portfolios oder Lerntagebüchern sowie gezielte und dokumentierte Beobachtungen der Lehrkraft.

Beiträge zum Unterrichtsgespräch, die Anwendung fachspezifischer Arbeitsformen, die Präsentation und Reflexion von Lösungswegen, die in Partner- oder Gruppenarbeit erzielten Ergebnisse oder auch die Fähigkeit zur Selbstorganisation können zur Leistungsbeurteilung heran gezogen werden.

Die erwarteten Fähigkeiten und Fertigkeiten orientieren sich an den Anforderungen der Bildungsstandards und des Teilrahmenplans. Sie müssen im Unterricht hinreichend erarbeitet und geübt werden.

Alle Inhaltsbereiche des Mathematikunterrichts (*Raum und Form, Zahlen und Operationen, Größen und Messen sowie Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit*) sind dabei angemessen zu berücksichtigen.

Vorab vereinbarte Kriterien der Leistungsfeststellung und -beurteilung müssen für alle Beteiligten transparent sein.

Für die Mathematik geeignete Bewertungskriterien sind:

- Kennen und korrektes Anwenden von mathematischen Begriffen und Operationen
- Sicherheit im Abrufen von Kenntnissen und Ausführen von Fertigkeiten
- Richtigkeit von Ergebnissen und Teilergebnissen
- Mündliche und schriftliche Darstellungsfähigkeit
- Plausibilität von Lösungswegen und Überlegungen

- Fähigkeit zum Transfer vorhandenen Wissens und Könnens
- Anwendung der Mathematik in Alltagssituationen
- Eigenständigkeit und Flexibilität in der Vorgehensweise
- Ausdauer bei der Bearbeitung mathematischer Fragestellungen

Unabhängig von den mathematischen Inhaltsbereichen sind in jedem Fall die allgemeinen mathematischen (prozessbezogenen) Kompetenzen in die Leistungsfeststellung und -beurteilung einzubeziehen:

- Im Bereich *Argumentieren/Kommunizieren* geben die Aussagen der Schülerinnen und Schüler in Lerngesprächen, Präsentationen und pädagogischen Interviews Aufschluss über die Entwicklung ihrer Kompetenzen.
- Ihre Fähigkeit zum *Modellieren/Darstellen* kann über ihre Aufzeichnungen in Lerntagebüchern und Portfolios oder bei Präsentationen nachvollzogen werden.
- In Lerngesprächen, über in Unterrichtsbeiträgen gezeigte Transferleistungen oder mathematischen Wettbewerben zeigen sie ihre Kompetenzen im Bereich *Problemlösen*.

6. QUALITÄTSINDIKATOREN

Qualitätsindikatoren spezifisch für den Mathematikunterricht dienen als Anhaltspunkte zur Unterrichtsgestaltung, zur Unterrichtsbeobachtung und zur Evaluation. Sie fassen die voranstehenden Kapitel zusammen.

Guter Mathematikunterricht lässt Kinder ein Verständnis für Mathematik entwickeln. Er erhält (bzw. weckt) ihre Freude an der Mathematik und ihr Zutrauen in die eigenen Lernmöglichkeiten. In einem guten Mathematikunterricht sind die Schülerinnen und Schüler aktiv beteiligt.

Schülerinnen und Schüler

- gehen mit Neugier, Selbstvertrauen und Interesse an die Mathematik heran;
- zeigen Anstrengungsbereitschaft, Zielstrebigkeit und Ausdauer;
- arbeiten, experimentieren und üben möglichst selbstständig, sind aber auch bereit, bei Bedarf Unterstützung anzunehmen;
- kooperieren mit anderen.

Bezogen auf die allgemeinen (prozessbezogenen) Kompetenzen

Darstellen / Kommunizieren

- sprechen sie über Mathematik, indem sie mathematische Fragen stellen, Entdeckungen machen und Vermutungen über mathematische Sachverhalte (Auffälligkeiten, Regeln, Beziehungen, Annahmen, ...) aufstellen, bestätigen oder widerlegen;
- stellen sie ihre Wege und Ergebnisse für andere nachvollziehbar und übersichtlich mündlich oder schriftlich dar;
- kontrollieren sie ihre Ergebnisse nach Möglichkeit selbst;

Argumentieren

- erklären, begründen, vergleichen und bewerten sie ihre Lösungswege;
- kennen und benutzen sie zunehmend Fachbegriffe;

Modellieren

- gewinnen sie aus lebensweltlichen Situationen relevante Informationen (z. B. Zählen, Schätzen, Messen, Befragen, Internetrecherche, Nachlesen);
- sammeln sie Handlungserfahrungen und entwickeln sie Vorstellungsvermögen;
- nutzen sie Anschauungsmaterialien, graphische Darstellungen, digitale und konventionelle Medien, Lernsoftware und technische Hilfsmittel sinnvoll;

Problemlösen

- arbeiten sie kreativ an komplexen, sie herausfordernden Problemen, indem sie Situationen erforschen, eigene Rechenwege und Lösungsstrategien konstruieren, Aufgaben variieren oder erfinden ...;
- wenden sie Gelerntes auf neue Sachverhalte an.

Lehrerinnen und Lehrer

reflektieren

- ihr persönliches Engagement für Mathematik und sind sich der Bedeutung ihres eigenen Handelns als Mathematiklehrkraft bewusst;
- ihren Unterricht selbstkritisch und entwickeln ihn weiter;
- ihre eigenen aktuellen fachlichen, didaktischen und methodischen Kompetenzen sowie ihre Medienkompetenz mit dem Ziel der ständigen Optimierung;
- ihre Rolle als Initiator von Lernprozessen, Berater und Beobachter und ermöglichen den Kindern einen freudvollen Zugang zur Mathematik.

Bei der Unterrichtsplanung

- gehen sie kompetenzorientiert, zielgerichtet und langfristig vor;
- orientieren sie sich an den Erfahrungen und Bedürfnissen der Kinder und der Idee des spiralförmigen Fortschreitens;
- bauen sie regelmäßig Übungsphasen ein und ermöglichen dabei kreatives, ziel- und anwendungsorientiertes Üben;
- unterscheiden und trennen sie bewertungsfreie Lern- und Übungsphasen von leistungsorientierten Bewertungsphasen;
- stellen sie adäquate Arbeits- und Veranschaulichungsmittel bereit;
- beziehen sie konventionelle und digitale Medien ein.

Bei der Unterrichtsgestaltung

- gehen sie effektiv mit der zur Verfügung stehenden Unterrichtszeit um und schaffen ein lernförderliches, zielorientiertes Arbeitsklima;
- ermöglichen und fördern sie die Kommunikation und Interaktion der Kinder und ermutigen zum Fragen, Vermuten, Erkunden und Überprüfen;
- bieten sie herausfordernde Situationen für alle Schülerinnen und Schüler an, in denen Aufgaben auf unterschiedlichem Schwierigkeitsniveau bewältigt werden können;
- lassen sie im Unterricht und in Leistungsnachweisen unterschiedliche Lösungswege zu.

Hinsichtlich der Leistungsbeurteilung

- verfügen sie über Kompetenzen der pädagogischen Diagnostik;
- beobachten sie zielgerichtet das Lernen der Kinder und wirken dem Verfestigen ungünstiger Strategien frühzeitig entgegen;
- betrachten sie auch fehlerhafte Bearbeitungen als Teil des Lernprozesses;
- würdigen sie individuelle Entwicklungsprozesse und geben den Kindern regelmäßig in geeigneter Form Rückmeldungen;
- vermitteln sie den Kindern Methoden, sich selbst über ihren Lernstand und ihre Fähigkeiten zu vergewissern.

Lehrerinnen und Lehrer kooperieren

- mit Kolleginnen und Kollegen fächerübergreifend im Team;
- mit anderen Schulen, außerschulischen Einrichtungen und Experten.

7. ANHANG

7.1 Aufgabenbeispiele zur Illustration der prozessbezogenen Kompetenzen

Bei den im Folgenden vorgestellten Aufgaben ist jeweils eine prozessbezogene Kompetenz vorrangig ausgewiesen. Allerdings werden mit den Aufgaben auch weitere prozessbezogene Kompetenzen entwickelt.

Darstellen

Aufgabe 0: Eine Textaufgabe im alten Ägypten



... es ist eine Textaufgabe: Ramses kauft 2 Eulen und 3 Bisse. Er bezahlt mit 1 Sack Feuerbohnen. Wie viele Schalen Vogelfutter muss der Händler ihm hoch dazugeben?

Aufgabe 1: Subtraktionen

Hier haben Klaus und Lisa Aufgaben zum Subtrahieren gelöst.

$$132 - 87 = 45$$

Klaus

$$132 - 87 = 45$$

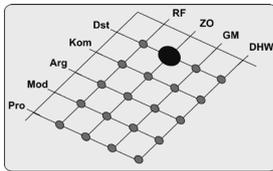
$$132 - 30 = 102$$

$$102 - 50 = 52$$

$$52 - 7 = 45$$

Lisa

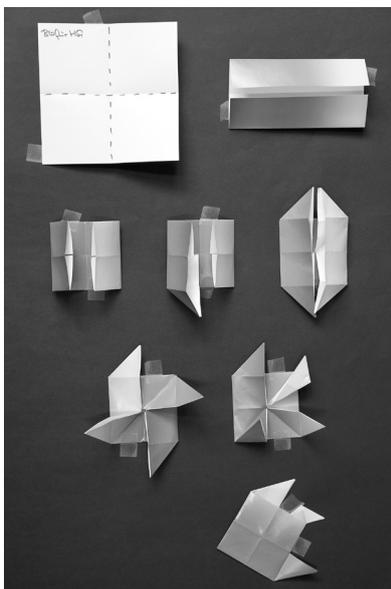
Schreibe die Aufgabe von Lisa so auf wie Klaus sie schreibt. Und schreibe die Aufgabe von Klaus so auf wie Lisa sie schreibt.



Erwartete prozessbezogene Kompetenzen:

- D1 für das Bearbeiten mathematischer Probleme geeignete Darstellungen entwickeln, auswählen und nutzen
- D2 eine Darstellung in eine andere übertragen
- D3 Darstellungen miteinander vergleichen und bewerten

Aufgabe 2: Falt-Plakate

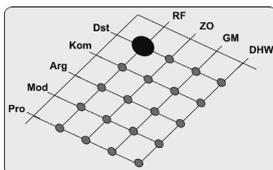


Dies ist ein Falt-Plakat zu einem Fisch.

Falte den Fisch und prüfe, ob das Plakat an allen Stellen stimmt.

Lass dir eine andere Falt-Figur erklären, lerne wie man sie faltet. Oder nimm eine andere Falt-Figur, die du schon kennst.

Stelle dazu ein Falt-Plakat her.



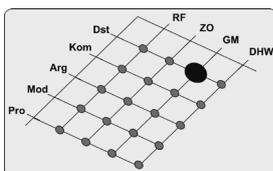
Erwartete prozessbezogene Kompetenzen:

- D1 für das Bearbeiten mathematischer Probleme geeignete Darstellungen entwickeln, auswählen und nutzen

Aufgabe 3: Beispiele zu 100 kg

Ein Schüler aus einer dritten Klasse sagt, er kann sich nicht gut vorstellen was oder wie viel 100 kg sind. Was sagst du ihm?

(Stichworte: Vater?, ein Kofferraum voll mit Feriengepäck, zwei große Säcke Kartoffeln, zehn volle Eimer Wasser, fünf gepackte Koffer für Flugreisen)



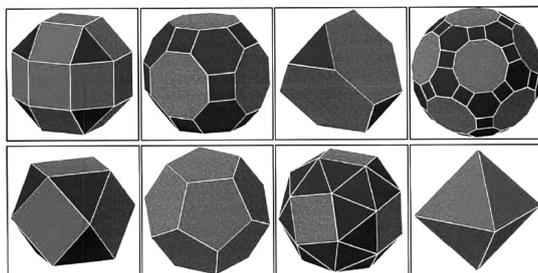
Erwartete prozessbezogene Kompetenzen:

- D1 für das Bearbeiten mathematischer Probleme geeignete Darstellungen entwickeln, auswählen und nutzen
- D3 Darstellungen miteinander vergleichen und bewerten

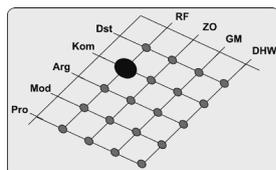
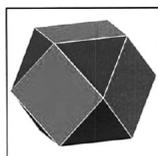
Kommunizieren

Aufgabe 4: Figur auswählen

Dein Partner hat diese acht Kärtchen mit Figuren vor sich. Sie liegen durcheinander.



Du sollst ihm diese Figur so beschreiben, dass er die Karte dazu eindeutig auswählt und dir gibt:



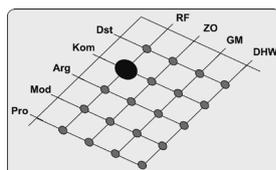
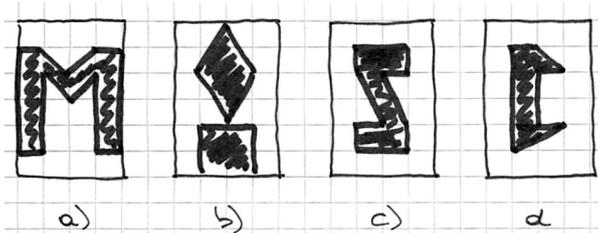
Erwartete prozessbezogene Kompetenzen:

- K2 mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden
- K4 Überlegungen und Lösungswege so dokumentieren, dass sie anderen mitzuteilen sind

Aufgabe 5: Zeichen-Diktat

Du bekommst eine dieser Figuren. Dein Partner bekommt leeres Kästchen-Papier.

Stell dir vor, du sollst ihm am Telefon erklären wie die Figur aussieht, so dass er sie nachzeichnen kann. Schreibe auf, was du ihm am Telefon sagst.

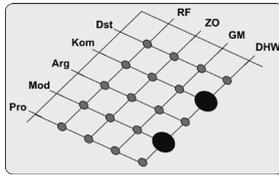


Erwartete prozessbezogene Kompetenzen:

- K1 eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer verstehen und gemeinsam darüber reflektieren
- K2 mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden
- K3 Aufgaben gemeinsam bearbeiten, dabei Verabredungen treffen und einhalten
- K4 Überlegungen und Lösungswege so dokumentieren, dass sie anderen mitzuteilen sind

Aufgabe 6: Schlagzeile

In einer Zeitung steht als Überschrift: Frauen kaufen doppelt so viele Schuhe wie Männer.
Glaubst du, dass das stimmt? Was könnte gemeint sein?
Und wie könnte man das nachprüfen?



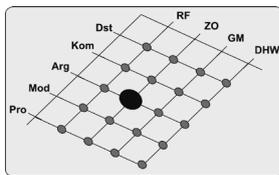
Erwartete prozessbezogene Kompetenzen:

- K1 eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer verstehen und gemeinsam darüber reflektieren
- K4 Überlegungen und Lösungswege so dokumentieren, dass sie anderen mitzuteilen sind
- M1 Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen
- M2 Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übertragen, inner-mathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen

Argumentieren

Aufgabe 7: Teilen von Summen

Du addierst drei aufeinander folgende Zahlen. Wieso ist die Summe stets durch drei teilbar?
Aber: Ist die Summe von vier aufeinander folgenden Zahlen stets durch 4 teilbar?
Und: Ist die Summe von fünf aufeinander folgenden Zahlen stets durch 5 teilbar?
Gibt es eine Strategie, die dir bei allen drei Aufgaben hilft?

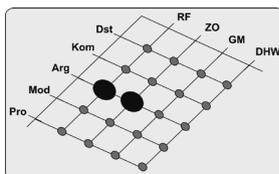
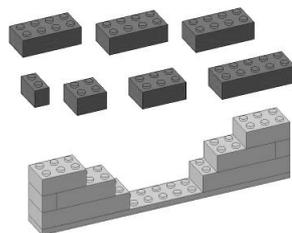


Erwartete prozessbezogene Kompetenzen:

- A1 mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen
- A2 mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln
- A3 Begründungen suchen und nachvollziehen

Aufgabe 8: Lücke schließen

Diese Mauerlücke ist mit den gegebenen Steinen zu schließen. Senkrechte Fugen übereinander dürfen nicht sein. Erkläre, wie du vorgehst. Schreibe Dein Vorgehen mit Hilfe von Zahlen auf.



Erwartete prozessbezogene Kompetenzen:

- A2 mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln
- A3 Begründungen suchen und nachvollziehen

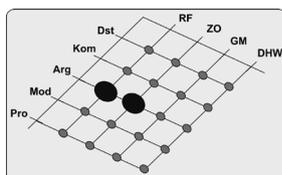
Aufgabe 9: Teilen durch Schneiden oder Falten

Eine runde Torte soll in 12 gleich große Stücke geteilt werden. Jemand schneidet die Tortenstücke immer wieder in zwei Hälften. Wieso führt das nicht zum Ziel? Wie müsste man denn schneiden?

Ein Papierstreifen ist 60 cm lang. Durch Falten soll er in Stücke von je 10 cm Länge eingeteilt werden.

Jemand versucht den Streifen mehrfach zu halbieren. Das führt nicht zum Ziel.

Wie müsste man falten, damit Stücke von je 10 cm entstehen?



Erwartete prozessbezogene Kompetenzen

A1 mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen

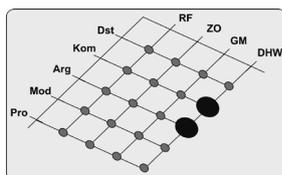
A2 mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln

A3 Begründungen suchen und nachvollziehen

Aufgabe 10: Geänderte Spielregel

Lisa und Hans spielen „Mensch-ärgere-dich-nicht“. Hans schlägt eine geänderte Spielregel vor:

„Du darfst vorrücken, wenn du eine ungerade Zahl wirfst, bei geraden Zahlen nicht. Ich darf vorrücken, wenn ich eine gerade Zahl werfe, bei ungeraden nicht“. Ist das fair?



Erwartete prozessbezogene Kompetenzen:

A2 Mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln

A3 Begründungen suchen und nachvollziehen

K1 eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer verstehen und gemeinsam darüber reflektieren

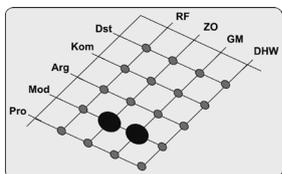
Modellieren

Aufgabe 11: Sonnenblumen



Eine Sonnenblume wächst in warmen Sommermonaten etwa 20 bis 30 cm in einer Woche. Sie wird im Mai gesät. Wie hoch ist sie im November? Und wie hoch ist sie im nächsten April?

(Stichworte: (M)eine Biologie-Lehrerin meint: 30 cm pro Woche, aber sie wächst höchstens drei bis vier Monate lang und ist einjährig.)



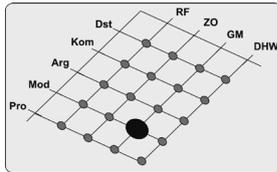
Erwartete prozessbezogene Kompetenzen:

M1 Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen

M2 Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übertragen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen

Aufgabe 12: Warten am Aufzug

Jedes Mal, wenn am Aussichtsturm der Aufzug kommt, nimmt er acht Personen mit nach oben. Und dann braucht er ganze acht Minuten bis er wieder kommt. Die Warteschlange ist zwanzig Meter lang. An der Treppe steht: „Aufstieg 250 Stufen“
Lohnt sich das Warten? Wie hoch kann der Turm sein?

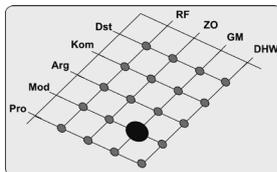


Erwartete prozessbezogene Kompetenzen:

- M1 Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen
- M2 Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übertragen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen

Aufgabe 13: Weglängen und Zeiten

Lisa (8 Jahre) und Mirko (6 Jahre) gehen morgens gemeinsam zu Fuß zur Schule, das dauert meist 20 Minuten.
Matz (12 Jahre) und Marisa (14 Jahre) sind sportlich und joggen werktags jeden Morgen 30 Minuten.
Wie lang ist der Schulweg von Lisa und Mirko, und welche Laufstrecke schaffen Matz und Marisa?
(Stichworte: Grundschulkind etwa 4 km/h, das sind 9 sec für 10 m, größere Kinder etwa 8 km/h, das sind 9 sec für 20 m.)

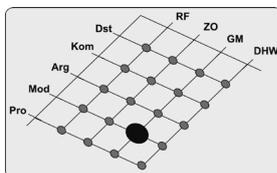


Erwartete prozessbezogene Kompetenzen:

- M1 Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen
- M2 Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übertragen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen

Aufgabe 14: Schuhregal

Familie Fesch, das sind Tobi (8 Jahre), Larissa (14 Jahre), Saskia (16 Jahre), Mutter Eva (36) und Vater Heinz (38 Jahre). Alle lieben Schuhe.
Wie sieht wohl das Schuhregal der Familie aus? Wie viele Fächer hat es, und wie groß sind die?



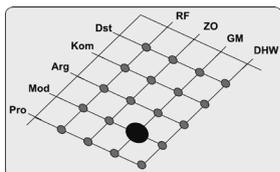
Erwartete prozessbezogene Kompetenzen:

- M1 Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen
- M2 Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übertragen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen

Aufgabe 15: Kaffeesahne

Manchmal bekommt man zum Kaffee eine kleine Portion Kaffeesahne in einem Plastiksälchen, von dem man oben eine Folie abziehen muss. (Klappt das nicht, spritzt die Milch oft dahin, wo sie nicht hin soll.)

Auf dem Schälchen steht „10 g“. Und 20 Schälchen kosten 2 Euro.
 Ein Fläschchen Kaffeesahne kostet 80 Euro-Cent, darauf steht „100 ml“.
 Wie viele Fläschchen ergeben 1 Liter Kaffeesahne? Wie viele Plastikschalchen benötigt man dafür?
 Was kostet 1 Liter Kaffeesahne in Plastikschalchen? Und was kostet er, wenn man ihn in Fläschchen kauft?
 Wer wird seine Kaffeesahne in Fläschchen kaufen
 und wer in Plastikschalchen? Was kauft deine Lehrerin/dein Lehrer?
 (Stichworte: Einheiten g, ml, Liter, Abfall-Problem, Frischhalte-Problem)



Erwartete prozessbezogene Kompetenzen:

- M1 Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen
- M2 Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übertragen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen

Problemlösen

Aufgabe 16: Geldbeträge schnell addieren

An einem Stand auf dem Straßenfest sind verschiedene Preise notiert:

0,75€ 1,50€ 2€ 2,25€ 3,75€ 5€ 7€

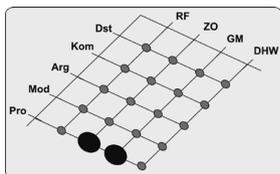
Die Besucher kaufen meist acht bis zehn Posten ein, und Klaus notiert die Preise auf Zetteln.

Er schreibt die Preise nebeneinander, und so etwa sieht ein solcher Zettel dann aus:

2,25€ 7€ 5€ 1,50€ 5€ 3,75€ 2,25€ 0,75€ 2€ 1,75€

Er soll die Preise auf dem Zettel im Kopf möglichst schnell und natürlich richtig addieren.

Wie gelingt ihm das am besten? Warum?



Erwartete prozessbezogene Kompetenzen:

- P1 mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden
- P2 Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren)

Aufgabe 17: Würfel aus Holzleisten

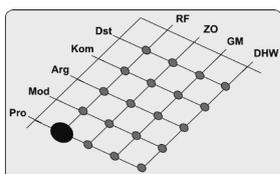
Gebaut werden soll ein Würfel mit 18 cm Kantenlänge, ein „Kanten-Modell“.

Es gibt Holzleisten mit Querschnitt 2 cm x 2 cm (2 cm hoch, 2 cm breit), sie sind 2 m lang.

Welche Stücke sind zu schneiden? Wie viele ganze Leisten benötigt man? Welche Stücke bleiben als Reste?

Wie viele Leisten benötigt man mindestens?

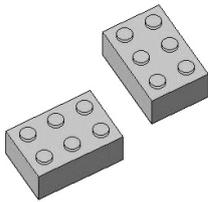
Geht es auch, wenn die ganzen Leisten nur 1 m lang sind?



Erwartete prozessbezogene Kompetenzen:

- P1 mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden
- P2 Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren)
- P3 Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen

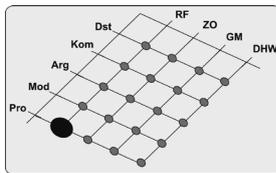
Aufgabe 18: Bauwerke aus zwei System-Steinen



Hier sind zwei System-Steine. Sie haben dieselbe Farbe. Jeder hat zwei Reihen mit je 3 Knöpfen.

Wie viele verschiedene Bauwerke kann man daraus bauen?

- a) Sprechen, Bauen und Zeichnen sind erlaubt.
 - b) Nur Sprechen und Schreiben sind erlaubt, kein Material und kein Zeichnen.
- (Stichworte: Lösungs-Plan entwerfen, Strategie entwerfen, Notierung entwerfen, gleiche und verschiedene Bauwerke bestimmen. Bedingung einhalten: Die Kanten beider Steine sind entweder parallel oder senkrecht zueinander. Aufgaben-Idee: Herget, Jahnke & Kroll)



Erwartete prozessbezogene Kompetenzen:

- P1 mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden
- P2 Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren)
- P3 Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen

7.2 Schriftliche Subtraktion

Der Teilrahmenplan Mathematik gibt kein bestimmtes Verfahren zur schriftlichen Subtraktion als verpflichtend vor.

Wir beschreiben im Folgenden drei Verfahren, die in den deutschen Bundesländern unterschiedlich verbreitet sind und unterschiedlich bewertet werden. Im Rahmen eines eigenverantwortlichen und flexiblen Mathematikunterrichts liegt die Entscheidung, welches Verfahren favorisiert wird, in der Verantwortung der Schule. Dabei sind die Vor- und Nachteile gegeneinander abzuwägen. Wichtig ist die Einsicht der Schülerin oder des Schülers in das Verfahren. Zudem macht es Sinn, leistungsstärkeren Kindern zum geeigneten Zeitpunkt ein zweites Verfahren anzubieten.

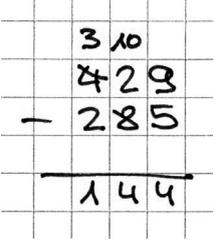
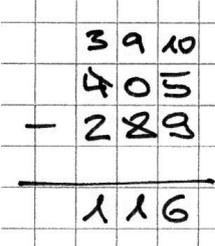
Im Folgenden werden drei Verfahren vorgestellt:

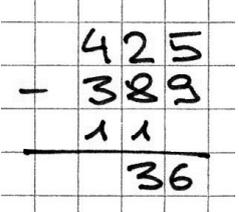
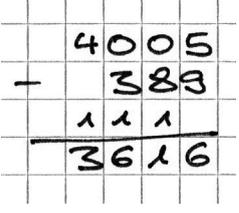
1. Abziehen mit Entbündeln
2. Ergänzen mit Auffüllen
3. Ergänzen mit Erweitern.

Es gibt zwei weitere zugelassene Varianten: *Ergänzen mit Entbündeln* und *Abziehen mit Erweitern*. Dazu wird auf die Fachliteratur verwiesen.

Zunächst die Sprechweise bei den Basistechniken Abziehen und Ergänzen. Gerechnet wird stellenweise von rechts nach links, dabei wird stellenweise von rechts nach links gesprochen und geschrieben. Die im Sprechtext unterstrichenen Ziffern werden begleitend zum Sprechen von rechts nach links unter der Linie als Ergebnis notiert.

	Abziehen	Ergänzen
	<p>9 minus 5 gleich 4</p> <p>8 minus 2 gleich 6</p> <p>4 minus 3 gleich 1</p>	<p>5 plus 4 gleich 9</p> <p>2 plus 6 gleich 8</p> <p>3 plus 1 gleich 4</p>

Abziehen mit Entbündeln (Abziehen mit „Borgen“)		
<p>Das <i>Abziehen mit Entbündeln</i>, auch „nordeutsches Verfahren“ genannt, ist für Kinder geeignet, die beim Subtrahieren vorwiegend kardinale Zahlvorstellungen aktivieren. Es ist gut mit strukturiertem Material zu veranschaulichen, insbesondere mit Geld. Das Prinzip besteht darin, die nächsthöheren Stellen im Minuenden zu entbündeln, wenn die Subtraktion in einer Stelle nicht möglich ist. Die Sprechweise ist „<i>wechseln</i>“ oder „<i>tauschen</i>“.</p>		
Schriftbild	Sprechtext	Notierung
	<p>Rechne von oben nach unten.</p> <p>9E minus 5E gleich <u>4E</u></p> <p>2Z minus 8Z geht nicht, ich wechsele 1H in 10Z</p> <p>12Z minus 8Z gleich <u>4Z</u></p> <p>3H minus 2H gleich <u>1H</u></p>	<p>Notiere Ergebnis 4 unterm Strich.</p> <p>Notiere eine 10 oben und einen „Borge-Strich“ in der nächsten Stelle links.</p> <p>Notiere 3 über der Stelle mit dem Borge-Strich.</p> <p>Notiere Ergebnis 4 unterm Strich.</p> <p>Notiere Ergebnis 1 unterm Strich.</p>
	<p>Rechne von oben nach unten.</p> <p>5E minus 9E geht nicht, 1Z wechseln geht nicht, ich tausche 1H in 9Z und 10E</p> <p>15E minus 9E gleich <u>6E</u></p> <p>9Z minus 8Z gleich <u>1Z</u></p> <p>3H minus 2H gleich <u>1H</u></p>	<p>Notiere eine 10 oben eine 9 links davon oben und einen „Borge-Strich“ in der 4.</p> <p>Notiere 3 über der Stelle mit dem Borge-Strich.</p> <p>Notiere Ergebnis 6 unterm Strich.</p> <p>Notiere Ergebnis 1 unterm Strich.</p> <p>Notiere Ergebnis 1 unterm Strich.</p>
<p>Vorteile:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Grundvorstellung und Alltagsbezug: wegnehmen, abziehen, entfernen ■ leicht handelnd zu erschließen ■ schließt an die üblichen Strategien des Kopfrechnens an ■ Schreibweise und Sprechweise sind identisch ■ in einigen Regionen gängiges Verfahren 		
<p>Nachteile:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ wirkt bei der Einführung durch das Durchstreichen zum Teil unübersichtlich ■ Schwierigkeiten bei mehreren Nullen (1000 – 298) und umständlich bei Aufgaben mit kleiner Differenz (702 – 698) ■ Subtraktion mehrerer Subtrahenden schwieriger 		

Ergänzen mit Auffüllen		
<p>Das <i>Ergänzen mit Auffüllen</i>, auch „süddeutsches Verfahren“ genannt, ist geeignet für Kinder, die beim Subtrahieren ergänzend denken und dabei vorwiegend ordinale Zahl-vorstellungen aktivieren. Es ist gut durch ein vorwärts laufendes Zählwerk zu veranschaulichen, aber auch mit Hilfe eines Geldwechsels, bei dem die herausgebende Person die jeweils erreichten Beträge mündlich benennt und begleitend dazu die Differenzbeträge aushändigt.</p>		
Schriftbild	Sprechtext	Notierung
	<p>9 plus <u>6</u> gleich 15</p> <p>1 plus 8 gleich 9</p> <p>9 plus <u>3</u> gleich 12</p> <p>1 plus 3 gleich 4</p> <p>4 plus <u>0</u> gleich 4</p>	<p>Notiere 6 als Ergebnis unterm Strich und 1 in der nächsten Stelle links darüber.</p> <p>Notiere 3 als Ergebnis unterm Strich und 1 in der nächsten Stelle links darüber.</p> <p>Diese Null wird gesprochen, aber nicht mehr notiert.</p>
	<p>9 plus <u>6</u> gleich 15</p> <p>1 plus 8 gleich 9</p> <p>9 plus <u>1</u> gleich 10</p> <p>1 plus 3 gleich 4</p> <p>4 plus <u>6</u> gleich 10</p> <p>1 plus <u>3</u> gleich 4</p>	<p>Notiere 6 als Ergebnis unterm Strich und 1 in der nächsten Stelle links darüber.</p> <p>Notiere 1 als Ergebnis unterm Strich und 1 in der nächsten Stelle links darüber.</p> <p>Notiere 6 als Ergebnis unterm Strich und 1 in der nächsten Stelle links darüber.</p> <p>Notiere 3 als Ergebnis unterm Strich.</p>
<p>Vorteile:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Grundvorstellung und Alltagsbezug: Ergänzen, Vorwärtszählen in Schritten ■ Schreibweise weitgehend fehlersicher, auch bei Nullen im Minuenden ■ in einigen Regionen gängiges Verfahren 		
<p>Nachteile:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Grundvorstellung des „Wegnehmens“ wird nicht unterstützt 		

Ergänzen mit Erweitern		
<p>Das <i>Ergänzen mit Erweitern</i> ist als Verfahren in einigen Bundesländern verbreitet und in einigen davon verpflichtend mit der Begründung, dass es die bei anderen Verfahren auftretenden Fehler vermeidet. Es ist allerdings auch selbst nicht fehlersicher.</p>		
<p>Gerechnet wird stellenweise von rechts nach links. Dabei wird stellenweise von rechts nach links gesprochen und geschrieben. Die im Sprechtext unterstrichenen Ziffern werden begleitend zum Sprechen von rechts nach links unter der Linie als Ergebnis notiert.</p> <p>Hier wird empfohlen, beim Sprechen den Stellenwert mit zu benennen. Dies unterstützt die Idee, dass oben und unten das gleiche hinzugefügt wird. Beim Sprechen ist zu beachten, dass es „<i>erweitere</i>“ heißt und nicht „<i>ergänze</i>“.</p>		
Schriftbild	Sprechtext	Notierung
	<p>Rechne von unten nach oben.</p> <p><u>5E</u> plus <u>4E</u> gleich <u>9E</u></p> <p>Von <u>8Z</u> bis <u>2Z</u> geht nicht, ich erweitere oben mit <u>10Z</u> und unten mit <u>1H</u>.</p> <p><u>8Z</u> plus <u>4Z</u> gleich <u>12Z</u></p> <p><u>3H</u> plus <u>1H</u> gleich <u>4H</u></p>	<p>Notiere Ergebnis 4 unterm Strich.</p> <p>Notiere eine 10 oben und eine 1 unten über dem Strich in der nächsten Stelle links.</p> <p>Notiere Ergebnis 4 unterm Strich.</p> <p>Notiere Ergebnis 1 unterm Strich</p>
	<p>Rechne von unten nach oben.</p> <p>Von <u>9E</u> bis <u>5E</u> geht nicht, ich erweitere oben mit <u>10E</u> und unten mit <u>1Z</u>.</p> <p><u>9E</u> plus <u>6E</u> gleich <u>15E</u></p> <p>Von <u>9Z</u> bis <u>0Z</u> geht nicht, ich erweitere oben mit <u>10Z</u> und unten mit <u>1H</u>.</p> <p><u>9Z</u> plus <u>1Z</u> gleich <u>10Z</u></p> <p><u>3H</u> plus <u>1H</u> gleich <u>4H</u></p>	<p>Notiere eine 10 oben und eine 1 unten über dem Strich in der nächsten Stelle links</p> <p>Notiere Ergebnis 6 unterm Strich.</p> <p>Notiere eine 10 oben und eine 1 unten über dem Strich in der nächsten Stelle links</p> <p>Notiere Ergebnis 1 unterm Strich.</p> <p>Notiere Ergebnis 1 unterm Strich.</p>
<p>Vorteile:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ Zusammenhang zwischen Addition und Subtraktion deutlicher ■ Anwendungsbereich: Vergleichen, Ergänzen ■ Subtraktion bei mehreren Subtrahenden leichter durchzuführen 		
<p>Nachteile:</p> <ul style="list-style-type: none"> ■ unterschiedliche Schreibweise und Sprechweise ■ schwer verständlich, gegensinniges Verändern erscheint häufig als „Trick“ ■ Einsicht in das Gesetz der Konstanz der Differenz ist ein Problem bei leistungsschwachen Schülern 		

Weitere Informationen zur Umsetzung dieses Teilrahmenplans sind auf der Homepage www.grundschule.bildung-rp.de eingestellt.

Weitere Quellen:

- Padberg, F., & Benz, Ch.: Didaktik der Arithmetik für Lehrerbildung und Lehrerfortbildung. Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg 2011. 4, ISBN 978-3-8274-1996-5
- Selter, Ch. u. a.: Projekt PIKAS an der TU Dortmund. <http://www.pikas.uni-dortmund.de/>
- Selter, Ch. u. a.: Projekt kira an der Universität Dortmund. <http://www.kira.uni-dortmund.de/>

Der Teilrahmenplan Mathematik wurde überarbeitet von

Waltraud Bank,

Ministerium für Bildung, Wissenschaft, Weiterbildung und Kultur

Birgitt May-Hansen, Grundschule St. Castor, Koblenz

Birgit Marx, Studienseminar für das Lehramt an Grundschulen, Mainz

Mechthild Schmitz, Grundschule Remagen-Oberwinter

Heike Wadehn, Grundschule Göllheim

Petra Weber-Hellmann, Studienseminar für das Lehramt an Grundschulen, Kaiserslautern

Marie-Luise Wieland-Neckenich, Pädagogisches Landesinstitut

Wissenschaftliche Beratung

Prof. Dr. Bernd Wollring, Universität Kassel



Rheinland-Pfalz

MINISTERIUM
FÜR BILDUNG, WISSENSCHAFT,
WEITERBILDUNG UND KULTUR

Mittlere Bleiche 61
55116 Mainz

Tel.: 0 61 31-16-0 (zentr. Telefondienst)
Fax: 0 61 31-16-29 97

Poststelle@mbwwk.rlp.de
www.mbwwk.rlp.de