



Landeswettbewerb Mathematik
Schuljahr 2025/2026
2. Runde - Lösungen



Rheinland-Pfalz
MINISTERIUM FÜR BILDUNG

Lösung zu Aufgabe 1: (Fahrradtour)

s_1 : einfache ebene Strecke in km

s_2 : einfache Strecke mit Steigung in km

Wegen $v = \frac{s}{t}$ folgt $t = \frac{s}{v}$, und es gilt für die benötigte Zeit (in Stunden)

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 5, \quad \text{also} \quad \frac{s_1}{20} + \frac{s_2}{15} + \frac{s_2}{30} + \frac{s_1}{20} = 5 \Leftrightarrow \frac{s_1}{10} + \frac{s_2}{10} = 5 \Leftrightarrow s_1 + s_2 = 50$$

Velo Flitzped ist also insgesamt 100 km gefahren.

Lösung zu Aufgabe 2: (Summe von Fakultäten)

Es gilt:

$$S_1 = 1! = 1 = 1^2, \quad S_2 = S_1 + 2! = 3, \quad S_3 = S_2 + 3! = 9 = 3^2,$$

$$S_4 = S_3 + 4! = 33, \quad S_5 = S_4 + 5! = S_4 + 120 = 153$$

Für jedes beliebige n mit $n > 5$ ist $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 5 \cdot \dots \cdot n$ offensichtlich ein Vielfaches von 10.

Daher besitzt in diesem Fall $S_n = S_5 + 6! + \dots + n!$ die Einerziffer 3.

Jede Quadratzahl jedoch besitzt die Einerziffer 0, 1, 4, 5, 6 oder 9. Daher kann S_n für $n > 5$ keine Quadratzahl mehr sein.

Somit sind $n = 1$ und $n = 3$ die einzigen beiden Möglichkeiten dafür, dass S_n eine Quadratzahl ist.

Lösung zu Aufgabe 3: (Halbkreis im Dreieck)

- a) Da E und D auf dem Halbkreis liegen, folgt (*) $|\overline{MD}| = |\overline{ME}| = r$.

Da jede Tangente an einen Kreis senkrecht zur Gerade durch den Mittelpunkt des Kreises und den Berührungspunkt steht, gilt: $\angle MEC = \angle CDM = 90^\circ$.

Daraus folgt mit $\angle ACB = 90^\circ$ und dem Winkelsummensatz, dass $\angle DME = 90^\circ$ und somit $MDCE$ ein Rechteck ist.

Da ein Rechteck mit zwei gleich langen, benachbarten Seiten ein Quadrat ist, folgt die Behauptung.

- b) Mit a) und dem Strahlensatz folgt:

$$\frac{a}{r} = \frac{b}{b-r} \Leftrightarrow ab - ar = br \Leftrightarrow ab = r(b+a) \Leftrightarrow \frac{1}{r} = \frac{b+a}{ab} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

Lösung zu Aufgabe 4: (Zahlenfolge)

Die jeweils größte Zahl in der k -ten Zeile ist $\frac{k \cdot (k+1)}{2}$.

Es sei 1 000 000 ein Element der n -ten Zeile.

Da $\frac{(n-1) \cdot n}{2}$ das größte Element der $(n-1)$ -ten Zeile ist, gilt für 1 000 000:

$$\frac{(n-1) \cdot n}{2} + 1 \leq 1\,000\,000 \leq \frac{n \cdot (n+1)}{2} \Leftrightarrow (n-1) \cdot n + 2 \leq 2\,000\,000 \leq n \cdot (n+1).$$

Aus $n^2 \approx 2\,000\,000$ ergibt sich $n \approx 1414$.

Einsetzen von $n = 1413$, $n = 1414$ und $n = 1415$ liefert:

1413: $1\,995\,158 \leq 2\,000\,000 \leq 1\,997\,982$ Widerspruch,

1414: $1\,997\,984 \leq 2\,000\,000 \leq 2\,000\,810$ Wahre Aussage,

1415: $2\,000\,812 \leq 2\,000\,000 \leq \dots$ Widerspruch.

Also befindet sich 1000 000 in der Zeilennummer $n = 1414$.